

30-0174/001

INSTITUT FÜR BAUSTOFFKUNDE UND STAHLBETONBAU  
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG  
DIREKTOREN: PROF. DR.-ING. K. KORDINA – PROF. DR.-ING. G. REHM

"Vorgespannte Bauteile unter Biegung, Querkraft  
und Torsion"

Forschungsvorhaben V 59.19 des Deutschen Ausschusses  
für Stahlbeton  
(Abschlußbericht)

BIBLIOTHEK  
Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz  
der Technischen Universität Braunschweig  
Beethovenstraße 52  
D-3300 Braunschweig

Sachbearbeiter: Dr.-Ing. K. Rafla

November 1973

Postsendungen:  
33 Braunschweig, Beethovenstraße 52  
Erfüllungsort und Gerichtsstand Braunschweig

Fernsprecher: (0531) 3912281

Fernschreiber: 952693 ibstb d

Zur Vermeidung von Verzögerungen wird dringend gebeten, Zuschriften nur an das Institut zu richten, nicht aber an einzelne Mitarbeiter.

## V o r w o r t

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Berechnung der Tragfähigkeit schlaffbewehrter sowie vorgespannter Betonbalken unter Torsionsbeanspruchung. Die Untersuchung gliedert sich in drei Teile. In Teil I wird die reine Torsionsbeanspruchung ausführlich behandelt. Die theoretisch abgeleiteten Berechnungsformeln werden an Hand der bereits in der Fachliteratur veröffentlichten Versuche verbessert. Die kombinierte Beanspruchung aus Torsion und Biegung wird in Teil II untersucht. Schließlich wird der Einfluß einer Querkraft auf die Torsionstragfähigkeit in Teil III studiert. Bei den kombinierten Beanspruchungen wird von Interaktionsgleichungen Gebrauch gemacht, wobei die wahren Größen für reine Torsion, reine Biegung bzw. Querkraftbiegung eingesetzt werden. Während bei T und M die theoretisch gewonnenen Interaktionsgleichungen verwendet werden, müßten die theoretischen Wechselbeziehungen zwischen T, M und Q den Versuchsergebnissen entsprechend abgeändert werden.

Zur Überprüfung der vorgeschlagenen Bemessungsgleichungen wurden 577 Versuche herangezogen. Die nachstehenden Tabellen vermitteln einen Überblick über die erzielte Genauigkeit der gewonnenen Lösungen.

Ergebnisse der Nachrechnung der Versuche an Stahlbetonbalken mit Torsionsbewehrung:

|                                       | reine<br>Torsion | Torsion u.<br>Biegung | Torsion, Biegung<br>und Querkraft |
|---------------------------------------|------------------|-----------------------|-----------------------------------|
| Anzahl der Versuche                   | 176              | 171                   | 168                               |
| Mittelwert v. $\frac{T_{uR}}{T_{uV}}$ | 0,99             | 0,87                  | 0,91                              |
| Standardabweichung                    | 8,8 %            | 10,5 %                | 11,1 %                            |

Ergebnisse der Nachrechnung der Versuche an Spannbetonbalken mit Torsionsbewehrung:

|                                            | reine<br>Torsion | Torsion u.<br>Biegung | Torsion, Biegung<br>und Querkraft |
|--------------------------------------------|------------------|-----------------------|-----------------------------------|
| Anzahl der Versuche                        | 7                | 33                    | 22                                |
| Mittelwert $v \cdot \frac{T_{uR}}{T_{uV}}$ | 1,01             | 0,92                  | 0,89                              |
| Standardabweichung                         | 7,4 %            | 10,5 %                | 9,8 %                             |

Abschließend sei erwähnt, daß die Nachrechnung sich auf Versuchsbalken mit rechteckigem Voll- bzw. Hohlkastenquerschnitt beschränkt.

Die Einflußgrößen der herangezogenen Versuchsbalken wiesen folgende Streuung auf:

|                                                                                 |                                    |
|---------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| Betongüte $\beta_p$                                                             | von 50 bis 510 $\text{kp/cm}^2$    |
| Streckgrenze des Stahls $\beta_s$                                               | von 2500 bis 5500 $\text{kp/cm}^2$ |
| Torsionsbewehrungsgrad $\bar{\mu}_T$<br>( $\bar{\mu}_T = \mu_T \cdot \beta_s$ ) | von 13 bis 102 $\text{kp/cm}^2$    |
| Bewehrungsverhältnis $m$<br>( $m = \mu_L \beta_{SL} / \mu_B \beta_{SB}$ )       | von 0,2 bis 7,8                    |
| Balkenbreite $b$                                                                | von 9 bis 60 cm                    |
| Balkenhöhe $d$                                                                  | von 15 bis 80 cm                   |
| Seitenverhältnis $d/b$                                                          | von 0,5 bis 3,25                   |

Versuche im Modellmaßstab und solche, die mit offensichtlichen Mängeln in Durchführung oder Auswertung behaftet erschienen, wurden nicht in die Statistik einbezogen; es handelt sich um insgesamt 79 ausgeschiedene Versuche.

## Teil I

---

Tragfähigkeit schlaffbewehrter und vorgespannter Betonbalken unter reiner Torsionsbeanspruchung.

---

### 1. Einleitung

In den neuesten Veröffentlichungen über das Tragverhalten torsionsbeanspruchter Stahlbetonbalken kommen hauptsächlich zwei Bruchmodelle zur Anwendung, die auf unterschiedlichen Auffassungen des Torsionsbruchmechanismus beruhen. Es sind

- das Modell eines räumlichen Fachwerkes (I) und
- das Modell einer räumlichen Bruchfläche (II).

Das Modell eines räumlichen Fachwerks wurde erstmals von Rausch [1] zur Bemessung torsionsbeanspruchter Stahlbetonbalken verwendet. Nach seiner Vorstellung ist die Torsionsbewehrung (Bügel + Längsstäbe) für die schiefen Hauptzugkräfte zu bemessen, die in den Stäben eines gedachten räumlichen Fachwerkkastens mit Betondruckstäben unter  $45^\circ$  Neigung entstehen.

Das räumliche Fachwerkmodell wurde vor kurzem von Lampert [2] wieder aufgegriffen, wobei die Neigung der Betondruckstreben des räumlichen Fachwerks von  $45^\circ$  abweichen kann. Dieses Fachwerkmodell (Bild 1) besteht aus den in die Querschnittsecken zu Gurten konzentriert gedachten Längsstäben und dazwischen liegenden Schubwänden, in denen Bügelkräfte und Betondruckdiagonalkräfte wirken, die unter einem pro Querschnittswand als konstant angenommenen Winkel gegenüber der Balkenachse auftreten. Dieser Winkel stellt sich so ein, daß auf den für den Bruch maßgebenden Seiten die Längsstäbe und die Bügel ihre Fließkraft erreichen können.

Nach dem Bruchmodell II nimmt man einen spiralförmigen, auf drei Seiten unter konstanter Neigung durchlaufenden Riß und eine verbindende Druckzone auf der vierten Seite an (Bild 2). In der Zugzone werden die Längsstäbe und Bügel als fließend angenommen,

während die Druckzone als ungerissen vorausgesetzt wird. Dieses Bruchmodell wurde erstmals von Lessig [3] verwendet. Das Torsionsbruchmodell ermittelte Lessig aus zwei Gleichgewichtsbedingungen: Dem Gleichgewicht der Momente um die Neutralachse und dem Gleichgewicht der Kräfte in einer Richtung senkrecht zur Druckzone. Durch Minimierung des Torsionsmomentes konnte Lessig die noch unbekannte Länge der Druckzone bestimmen.

Dieses Bruchmodell wurde später von zahlreichen Forschern in verschiedenen abgeänderten Formen verwendet. Die Unterschiede zwischen den einzelnen Versionen liegen hauptsächlich in den verschiedenen Annahmen über die Neigung der schiefen Bruchflächen, die Höhe der Druckzone sowie die Größe der inneren Hebelarme der Fließkräfte.

In [4] findet man nähere Einzelheiten über die in der Fachliteratur bekannten Torsionstheorien. An dieser Stelle sei auf die von Zia veröffentlichte Literatursichtung [5,6] und auf die umfassende Dissertation von Elfgrén [7] hingewiesen.

Es läßt sich beweisen, daß beide Bruchmodelle zum selben Ergebnis führen (vgl. Abschnitt 2), wenn den beiden Theorien einheitliche Voraussetzungen<sup>1)</sup> zugrunde gelegt werden. Beim Bruchmodell II muß außerdem die Neigung der schiefen Bruchflächen aus den Gleichgewichtsbedingungen bestimmt werden und nicht etwa nach einer beliebigen Annahme, z.B.  $\alpha = 45^\circ$ .

Bei den bisher veröffentlichten Torsionstheorien wurde immer von der Annahme ausgegangen, daß beim Bruch die Stahleinlagen ihre Fließkraft erreichen. Experimentelle Beobachtungen und theoretische Überlegungen sprechen nicht immer für diese Annahme. Je größer der Gesamtbewehrungsgrad wird, umso mehr weicht die Theorie vom Versuch ab. Daher wurde meistens eine obere Grenze für den Torsionsbewehrungsgehalt vorgeschlagen.

---

1) z.B. Erreichen der Stahlfließgrenze

Nach den Torsionstheorien ist außerdem jede beliebige Aufteilung der Gesamtbewehrung in Längs- und Querbewehrung (Bügel) erlaubt, ohne daß die Torsionstragfähigkeit dadurch beeinflußt wird. Das bedingt uneingeschränkte Umlagerung der inneren Kräfte von der Längsbewehrung auf die Bügel und umgekehrt. Versuchserfahrungen zeigen jedoch, daß die Längs- und Bügelbewehrung nur gleichwertig zu behandeln sind, wenn das Bewehrungsverhältnis Längsstäbe/Bügel innerhalb eines bestimmten Bereiches liegt. Ferner zeigt die theoretisch abgeleitete Lösung die Unabhängigkeit des Torsionsbruchmomentes von der Betongüte. Die Auswertung zahlreicher Torsionsversuche bestätigte die Vermutung, daß die Betonfestigkeit dabei eine Rolle spielen muß.

Aus all diesen Überlegungen besteht nun die Notwendigkeit, die allein aus der Theorie - gleichgültig, ob nach Bruchmodell I oder II - hergeleitete Lösung zu korrigieren. Über den Vorgang der Korrektur wird in Abschnitt 3 berichtet.

Abschnitt 4 der vorliegenden Arbeit befaßt sich mit der hervorragenden Übereinstimmung der korrigierten Lösung mit den Versuchsergebnissen. Im abschließenden Kapitel (Abschnitt 6) wird die einfache Handhabung der neuen Formel nicht nur bei der Berechnung des Torsionsbruchmomentes sondern auch bei der Bemessung torsionsbeanspruchter Stahlbetonbalken gezeigt.

## 2. Gegenüberstellung der Bruchmodelle I und II

Die räumliche Bruchfläche nach Bruchmodell II wird durch einen spiralförmigen, auf drei Querschnittsseiten unter konstanter Neigung durchlaufenden Bruchriß und eine verbindende Druckzone auf der vierten Seite geformt (Bild 3). Liegt ein Stahlbetonbalken mit einem Rechteckquerschnitt vor, so sind i.a. vier Bruchschemas zu untersuchen. Da es sich hier um eine Gegenüberstellung beider Bruchmodelle handelt, so wird nur ein von den vier möglichen Bruchschemas untersucht. In Bild 3 ist das sogenannte Bruchschema I dargestellt, wobei die Nulllinie beide lotrechten Balkenflächen oben schneidet. Bei der Gleichgewichtsbetrachtung wird angenommen, daß beim Bruch alle Längs- und Querstäbe, die den gezogenen Teil der Bruchfläche durchkreuzen, die Fließgrenze erreichen. Mögliche Dübelkräfte in den Längsstäben sowie die Schubfestigkeit der Druckzone bleiben dabei unberücksichtigt.

Das Gleichgewicht der Momente um Achse 1 - 1, die durch den Schwerpunkt der Betondruckzone und zugleich parallel zur Balkenlängsachse verläuft, ergibt folgende Gleichung (vgl. Bild 3):

$$\begin{aligned} T_u = f_{tB} \beta_{sB} \left( \frac{b - 2c_1}{a_B} \cot \alpha \right) \left( d - c_2 - \frac{x}{2} \right) \\ + f_{tB} \beta_{sB} \left( \frac{d - c_2 - x}{a_B} \cot \alpha \right) (b - 2c_1) \end{aligned} \quad (1)$$

Der erste Ausdruck in Gl. (1) stellt den Beitrag der horizontalen Bügelschenkel dar, während die Tragwirkung der lotrechten Bügelschenkel durch das zweite Glied der Gl. (1) beschrieben ist.

Die zweite Bestimmungsgleichung ergibt sich aus dem Gleichgewicht der Momente um Achse 2 - 2, die ebenfalls durch den Schwerpunkt der Betondruckzone verläuft, jedoch senkrecht zur Balkenlängsachse steht. Sie lautet:

$$M_u = 2 f_{eL} \beta_{SL} \left( h - \frac{x}{2} \right) - f_{eB} \beta_{SB} \left( \frac{d - c_2 - x}{a_B} \cot \alpha \right) \times \\ \times \left[ (b - 2c_1) \cot \alpha + (d - c_2 - x) \cot \alpha \right] \quad (2)$$

An der Aufnahme des äußeren Biegemomentes beteiligen sich nur die lotrechten Bügelschenkel.

Die in Gl. (1) und (2) auftretenden Bezeichnungen sind in Bild 3 definiert.

Aus der Tatsache, daß die Höhe der Druckzone  $x$  sehr klein ist und in der Größenordnung der Betondeckung  $c$  ( $\approx c_1 \approx c_2$ ) liegt, dürfen wir näherungsweise  $2 \left( d - c_2 - \frac{3}{4} x \right) = 2d_K$  ansetzen. Damit wird Gl. (1)

$$T_u = 2 b_K d_K f_{eB} \beta_{SB} \cot \alpha / a_B \quad (3)$$

Hierbei bedeuten

$$b_K = b - 2 c_1 \quad ; \quad d_K = d - 2 c_2$$

Gl. (2) läßt sich auch vereinfachen, wenn von den nachstehenden Annäherungen Gebrauch gemacht wird:

$$h - \frac{x}{2} \approx d - 2 c_2 = d_K$$

$$d - c_2 - x \approx d - 2 c_2 = d_K$$

Gl. (2) lautet dann:

$$M_u = 2 f_{eL} \beta_{SL} d_K - f_{eB} \beta_{SB} \left( \frac{b_K + d_K}{a_B} \right) d_K \cot^2 \alpha \quad (4)$$



Führen wir die Verhältniszahl  $\lambda = \frac{T_u}{M_u}$  ein, so können wir aus Gl. (4) für  $\cot^2 \alpha$  folgenden Ausdruck schreiben:

$$\cot^2 \alpha = \frac{2 f_{eL} \beta_{SL} d_K - T_u / \lambda}{f_{eB} \beta_{SB} (b_K + d_K)} \cdot \frac{a_B}{d_K} \quad (5)$$

Unter Einsetzen von  $\cot \alpha$  nach Gl. (5) wird Gl. (3):

$$T_u^2 + \frac{8 F_K^2}{u_K a_B} \cdot \frac{B_f}{d_K} \cdot \frac{T_u}{\lambda} - \frac{16 F_K^2}{u_K a_B} \cdot B_f Z_f = 0 \quad (6)$$

Dabei sind

$B_f = f_{eB} \beta_{SB} =$  Fließkraft eines Bügels

$Z_f = f_{eL} \beta_{SL} =$  Fließkraft eines Längsstabes

$F_K = b_K d_K$

$u_K = 2(b_K + d_K)$

$a_B =$  Bügelabstand

$T_u =$  Torsionsbruchmoment

$M_u =$  Biegebruchmoment bei gleichzeitiger Torsionsbeanspruchung

Die Lösung der quadratischen Gleichung (6) für  $T_u$  ergibt:

$$T_u = \frac{4 F_K^2 B_f}{u_K d_K a_B \lambda} \left[ \sqrt{1 + \frac{Z_f}{B_f} \frac{u_K d_K^2 a_B \lambda^2}{F_K^2}} - 1 \right] \quad (7)$$

Hieraus kann das Torsionsbruchmoment eines Stahlbetonbalkens unter Torsion und Biegung ermittelt werden, vorausgesetzt, daß die Drehachse des Bruchmechanismus die lotrechten Balkenflächen oben schneidet. Analog kann man für die anderen Dreh-

achsen (unten und seitlich) entsprechende Gleichungen aufstellen.

Gl. (C.15) in [2], die anhand des räumlichen Fachwerkmodells abgeleitet wurde, läßt sich für Stahlbetonbalken mit einem Rechteckquerschnitt in folgender Form schreiben:

$$T_u = \frac{4 F_o^2 B_f}{u_o d_L a_B \lambda} \left[ \sqrt{1 + \frac{Z_f}{B_f} \frac{u_o d_L^2 a_B \lambda^2}{F_k^2}} - 1 \right] \quad (8)$$

Dabei bedeuten

$b_L$  = horizontaler Achsabstand zwischen den Längseckstäben,

$d_L$  = vertikaler Achsabstand zwischen den Längseckstäben.

$F_o = b_L \cdot d_L$

$u_o = 2 (b_L + d_L)$

Eine nähere Betrachtung von Gl. (7) und (8) zeigt, daß der einzige Unterschied zwischen den beiden Lösungen in der Bestimmungsart der wirksamen Querschnittsfläche liegt. Dieser Unterschied rührt allein aus der Tatsache her, daß der Hebelarm der inneren Kräfte nach beiden Bruchmodellen nur näherungsweise eingesetzt wurde.

Für den Fall reiner Torsion ( $1/\lambda = M/T = 0$ ) wird Gl. (7) zu

$$T_{uo} = 2 F_k \sqrt{\frac{4 Z_f B_f}{u_k a_B}} \quad (9)$$

und nach Einführung der geometrischen Bewehrungsgrade

$$\mu_L = 4 f_{eL} / F ; \quad \mu_B = \frac{f_{eB} u_k}{F a_B}$$

nimmt Gl. (9) folgende Form an:

$$T_{uo} = \frac{2FF_k}{u_k} \sqrt{\mu_L \beta_{SL} \mu_B \beta_{SB}} \quad (10)$$

mit  $F = b d$ .

Bisher haben wir stillschweigend angenommen, daß die Längsbewehrung im Querschnitt symmetrisch angeordnet ist. ( $f_{eLo} \beta_{SLo} = f_{eLu} \beta_{SLu} = f_{eL} \beta_{SL}$ ). Liegt dagegen unsymmetrische Bewehrung ( $f_{eLu} \beta_{SLu} > f_{eLo} \beta_{SLo}$ ) vor, so ist für die Bestimmung von  $T_{uo}$  nach Gl. (10) die schwächere Bewehrungsseite (hier = obere Bewehrungsstäbe) maßgebend. Hierfür gilt

$$\mu_L = 4 f_{eLo} / F \quad \text{und} \quad \beta_{SL} = \beta_{SLo}.$$

### 3. Korrektur der theoretischen Lösung

Wie eingangs gesagt wurde, muß die allein aus der Theorie hergeleitete Torsionsformel - Gl (10) - korrigiert werden, um folgenden Zusammenhängen Rechnung zu tragen:

- die Abhängigkeit der Torsionstragfähigkeit von der Betongüte
- die Abhängigkeit des Torsionsbruchmomentes vom Torsionsbewehrungsgehalt, ausgedrückt durch das geometrische Mittel aus Längs- und Bügelbewehrung

$$\bar{\mu}_T = \sqrt{\mu_L \beta_{SL} \mu_B \beta_{SB}}$$

- die Abhängigkeit des Torsions-Bruchwiderstandes von dem Bewehrungsverhältnis  $m = \mu_L \beta_{SL} / \mu_B \beta_{SB}$ .

An Hand von rd. 60 Musterversuchen, vor allem nach Hsu [8] , Bueren [9] , Leonhardt [10] und Lampert/Thürlimann [11] wurde zunächst der Einfluß der Betonfestigkeit auf die Torsionstragfähigkeit studiert. Eigene Voruntersuchungen zeigten, daß der Torsionsbruchwiderstand etwa mit  $\sqrt[3]{\beta_p}$  zunimmt, wobei  $\beta_p$  die Prismendruckfestigkeit des Betons in  $\text{kp/cm}^2$  bedeutet. Um den Einfluß der Körpergröße auf die Untersuchung auszuschalten, wurden die im Versuch festgestellten Torsionsbruchmomente zuerst auf den sogenannten Formfaktor  $2 FF_K/U_K$  bezogen und dann mit  $\sqrt[3]{250/\beta_p}$  multipliziert. Für drei verschiedene Gruppen von  $\bar{\mu}_T$  sind die bezogenen Versuchswerte zu  $\beta_p$  aufgetragen (Bild 4). Für jede Gruppe von  $\bar{\mu}_T$  liegen die zugehörigen Versuchswerte praktisch auf einer waagrecht verlaufenden Geraden. Die Richtigkeit der angenommenen Abhängigkeit ist dadurch bestätigt.

Trägt man den bezogenen Wert  $(T_{\text{vers}} U_K / 2 FF_K) \sqrt[3]{250/\beta_p}$  für alle verfügbaren Versuche in Abhängigkeit vom Torsionsbewehrungsgehalt  $\bar{\mu}_T$  auf, so gewinnt man Bild 5, wobei die benachbarten Versuchspunkte zusammengefaßt und durch ihre Mittelwerte dargestellt sind. Wie viele Versuche in einer Gruppe zusammengefaßt sind, geht aus der eingetragenen Anzahl hervor. Dieser Zusammenhang kann durch geknickte Linienzüge angenähert werden. Drei charakteristische Bereiche sind dabei zu erkennen. Im Bereich I ( $\bar{\mu}_T \leq 50 \text{ kp/cm}^2$ ) sind die Versuchswerte durch die Gerade a - b sehr gut erfaßbar. Besonders ist hierbei zu erwähnen, daß die Gerade a - b nicht durch den Ursprung des Achenkreuzes geht, wie es aus der Theorie hervorgeht. Im Bereich II ( $50 \leq \bar{\mu}_T \leq 100 \text{ kp/cm}^2$ ) ist der Zuwachs an Torsionswiderstand mit zunehmendem Bewehrungsgehalt geringer als im Bereich I. Der Grund dafür liegt in der Tatsache, daß die Stahleinlagen nicht zum Fließen kommen können. Im Bereich III

( $\bar{\mu}_T > 100 \text{ kp/cm}^2$ ) liegt nur ein einziger Versuch mit  $\bar{\mu}_T = 102,5 \text{ kp/cm}^2$  vor. Aus Mangel an Versuchen in diesem Bereich wurde angenommen, daß die Torsionstragfähigkeit nicht mehr zunimmt, wenn der Torsionsbewehrungsgrad  $\bar{\mu}_T > 100 \text{ kp/cm}^2$  ist.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß die durch die Geraden a - b und b - c festgelegte Beziehung das Torsionsbruchmoment im Bereich des Knickpunktes b geringfügig überschätzt. Ein Übergangsbogen wurde nicht eingeführt, damit die Einfachheit der mathematischen Ausdrücke nicht verloren geht.

Die Torsionsformel nimmt nach der Korrektur folgende Form an:

$$T_{UR} = \chi \frac{2 F F_k}{u_k} \sqrt[3]{\beta_p / 250} \quad , \quad (11)$$

wobei

i) für  $10 \leq \bar{\mu}_T \leq 50 \text{ kp/cm}^2$

$$\chi = 7 + 0,6 \bar{\mu}_T$$

ii) für  $50 \leq \bar{\mu}_T \leq 100 \text{ kp/cm}^2$

$$\chi = 37 + 0,26 (\bar{\mu}_T - 50)$$

III) für  $\bar{\mu}_T \geq 100 \text{ kp/cm}^2$

$$\chi = 50$$

Alle Größen sind in den Dimensionen cm und kp angegeben.

In Formel (11) bedeutet  $T_{UR}$  das rechnerische Torsionsbruchmoment eines Stahlbetonbalkens unter reiner Torsionsbeanspruchung.

Die dritte Einflußgröße - nach  $\beta_p$  und  $\bar{\mu}_T$  -, die für die Beurteilung der Torsionstragfähigkeit von Bedeutung sein kann, ist das Bewehrungsverhältnis  $m = \mu_L \beta_{SL} / \mu_B \beta_{SB}$ . Um diese Größe untersuchen zu können, wurde das Verhältnis  $T_{UR}/T_{UV}$  für jeden Versuch gebildet und in Abhängigkeit von  $m$  überprüft. Im Bereich  $1/3 \lesssim m \lesssim 3,0$  haben wir keine eindeutige Beziehung zwischen  $T_{UR}/T_{UV}$  und  $m$  feststellen können. Bei  $m > 3,0$  bzw.  $< 1/3$  wichen dagegen die Rechenwerte von den Versuchsergebnissen nicht unwesentlich ab. für diese extremen Bewehrungsverhältnisse haben sich folgende Regeln bewährt:

- für  $m \geq 3,0$  gilt  $\bar{\mu}_T = \sqrt{3} \mu_B \beta_{SB}$  , (12a)

- für  $m \leq 1/3$  gilt  $\bar{\mu}_T = \sqrt{3} \mu_L \beta_{SL}$  . (12b)

#### 4. Übereinstimmung eigener Torsionsformel mit den Versuchsergebnissen.

Die bereits entwickelte Torsionsformel Gl. (11) soll hier unter Berücksichtigung der Regeln (12a, 12b) überprüft werden und zwar anhand von 172 Torsionsversuchen an Stahlbetonbalken mit rechteckigen Voll- und Hohlquerschnitten. Diese Versuche sind den Versuchsberichten zahlreicher Forscher zu entnehmen. In Tabelle I sind die Literaturstellen angegeben, die der Überprüfung der neuen Formel dienen können. Tabelle I gibt außerdem Auskunft über den Umfang der einzelnen Untersuchungen, ausgedrückt durch die Anzahl der brauchbaren Versuchsbalken. An dieser Stelle muß betont werden, daß alle zur Überprüfung der eigenen Formel herangezogenen Versuche in den Versuchsberichten in keiner Weise als mangelhaft dargestellt sind. Versuchsbalken, die infolge unzureichender Konstruktion versagten (z.B. infolge ungenügender Verankerung der Längsstäbe oder Bügel, zu weiten Bügelabstandes) wurden

auch aus der Betrachtung ausgeschlossen.

Da in den Untersuchungsberichten keine einheitlichen Angaben über die Betonfestigkeit enthalten sind, müssen wir die an verschiedenen Prüfkörpern ermittelten Festigkeiten auf einen Nenner bringen, nämlich  $\beta_p$  (= Prismendruckfestigkeit). Die Betonfestigkeiten, die an Zylindern ( $\emptyset 15 \times 30$  cm) oder an Würfeln von 15 bzw. 20 cm Kantenlänge ermittelt wurden, sind mit den nachstehenden Faktoren umgerechnet worden:

$$\beta_{\text{zyl}} = \beta_p \quad ; \quad \beta_{w15} \approx \beta_{w20} = \beta_p / 0,85.$$

Für jeden der 172 Versuche wurde das Verhältnis  $q_i$  von dem rechnerischen Torsionsbruchmoment  $T_{UR}$  nach Gl. (11) und dem im Versuch ermittelten Torsionsbruchmoment  $T_{UV}$  gebildet.

Der Mittelwert  $q_m$  beträgt

$$q_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n q_i = 0,993$$

mit einer Standardabweichung

$$s = \sqrt{\sum_{i=1}^n (q_i - q_m)^2 / (n-1)} = 8,78 \%,$$

die bei Stahlbetonversuchen recht niedrig ist.

Einen guten Überblick über die Form der Verteilung von  $q_i$  vermittelt die unter dem Namen Histogramm bekannte graphische Darstellung, bei der die Häufigkeit über den Klassenmitten  $q_i$  in Form aneinander gesetzter Rechtecke aufgetragen wird (Bild 6).

Anschließend sei erwähnt, daß die Einflußgrößen der herangezogenen Versuchsbalken folgende Streuungen aufweisen:

|                                      |                                       |
|--------------------------------------|---------------------------------------|
| Betongüte $\beta_p$                  | von 110 bis 510 kp/cm <sup>2</sup>    |
| Längsbewehrungsgrad $\mu_L$          | von 0,25 bis 3,10 %                   |
| Bügelbewehrungsgrad $\mu_B$          | von 0,25 bis 3,10 %                   |
| Streckgrenze des Stahls $\beta_S$    | von 2500 bis 5500 kp/cm <sup>2</sup>  |
| Torsionsbewehrungsgrad $\bar{\mu}_T$ | von 13,0 bis 102,5 kp/cm <sup>2</sup> |
| Bewehrungsverhältnis $m$             | von 0,2 bis 7,1                       |
| Balkenbreite $b$                     | von 9 bis 50 cm                       |
| Balkenhöhe $d$                       | von 15 bis 80 cm                      |
| Querschnittsfläche $F$               | von 140 bis 3200 cm <sup>2</sup>      |
| Seitenverhältnis $d/b$               | von 1,0 bis 3,25                      |

In den Bildern 7 und 8 ist das Verhältnis  $T_{UR}/T_{UY}$  für alle 172 Versuche jeweils in Abhängigkeit von  $\bar{\mu}_T$  und  $m$  dargestellt. Wie aus diesen Bildern zu ersehen ist, schwanken die Ergebnisse der Nachrechnung mehr oder weniger um den Mittelwert 1,0, wobei weder steigende noch fallende Tendenz zu erkennen ist.

Zur Bestimmung des Längsbewehrungsgrades bei unsymmetrischer Anordnung von Längsstäben ist folgendes zu sagen:

Ordnet man z.B. unten stärkere Bewehrung als oben an (s. Bild 9), so wird  $\bar{\mu}_L$  wie folgt ermittelt:

$$\bar{\mu}_L = \mu_L \beta_{SL} = 2 \left( \sum f_{eLS} \beta_{SLs} + \sum f_{eLo} \beta_{SLo} \right) / F$$

Die Torsionsformel (11) gilt nicht nur für Balken mit über den Umfang gleichbleibendem Bügelquerschnitt, sondern auch,



wenn der Bügeldurchmesser innerhalb eines Bügels verschieden ist. Für den Bügelbewehrungsgrad  $\bar{\mu}_B$  setzt man die abgewandelte Form ein, die lautet (Bild 10):

$$\bar{\mu}_B = [b_k (f_{eB0} \beta_{SB0} + f_{eBu} \beta_{SBu}) + d_k (f_{eBv} \beta_{SBv} + f_{eBh} \beta_{SBh})] / (F \cdot a_B)$$

Hierzu vergleiche man Abschnitt 6 (Anwendungsbeispiele).

Zur Überprüfung der Gültigkeit der Torsionsformel (11) für andere, vom Rechteck abweichende Querschnittsformen wurden die zwei Torsionsversuche [10] an Stahlbetonbalken mit Kreisquerschnitt ( $\emptyset = 36$  cm) nachgerechnet. Folgendes Ergebnis wurde gewonnen:

|                     |                        |
|---------------------|------------------------|
| Versuchsbalken VQ 7 | $T_{UR}/T_{UV} = 0,91$ |
| Versuchsbalken VQ 8 | $T_{UR}/T_{UV} = 0,87$ |

##### 5. Vergleich der korrigierten Torsionsformel mit der Theorie

In Bild 11 ist dieser Vergleich für  $\beta_p = 250 \text{ kp/cm}^2$  dargestellt. Nach der Theorie (Gl. (10)) nimmt die Torsionstragfähigkeit mit zunehmendem Torsionsbewehrungsgrad  $\bar{\mu}_T$  uneingeschränkt zu. Die anhand zahlreicher Torsionsversuche überprüfte Torsionsformel (11) zeigt eine ganz andere Abhängigkeit des Torsionsbruchmomentes von  $\bar{\mu}_T$ . Bis  $\bar{\mu}_T \approx 17 \text{ kp/cm}^2$  unterschätzt die Theorie die Torsionstragfähigkeit. Bei höheren Bewehrungsverhältnissen wird der Bruchwiderstand dagegen überschätzt. Beispielsweise beträgt die nicht auf der sicheren Seite liegende Abweichung

für  $\bar{\mu}_T = 30 \text{ kp/cm}^2$  (entspricht  $\mu_L = \mu_B \approx 0,71 \%$  bei  $\beta_S = 4200 \text{ kp/cm}^2$ ) 20 % und für  $\bar{\mu}_T = 50 \text{ kp/cm}^2$  rd. 35 %.

Auf Grund dieses Vergleiches darf man die theoretische Lösung Gl. (10) ohne Korrektur oder Abgrenzung des Torsionsbewehrungsgrades nach oben nicht anwenden. Diese Schlußfolgerung gilt gleichermaßen für die beiden Bruchmodelle I und II.

## 6. Anwendungsbeispiele

### 6.1 Nachrechnung des Versuchsbalkens T 8 in [12]

Der Balken T 8 erhielt in 3 Querschnittsecken je 4 Ø 10 und in der vierten Ecke nur 2 Ø 10 (insgesamt 14 Längsstäbe). Die Bügel bestanden oben und hinten aus Ø 10;  $a_B = 11 \text{ cm}$  bzw. vorn und unten aus Ø 8;  $a_B = 11 \text{ cm}$ . Die gemessene Streckgrenze  $\beta_S$  betrug  $5230 \text{ kp/cm}^2$  für die Stäbe mit Ø 10 mm ( $f_e = 0,784 \text{ cm}^2$ ) bzw.  $5390 \text{ kp/cm}^2$  für die dünneren Stäbe mit Ø 8 mm ( $f_e = 0,514 \text{ cm}^2$ ).

Die Betonprüfung an 2 Prismen lieferte  $364 \text{ kp/cm}^2$  als Prismendruckfestigkeit nach EMPA (s. Tabelle 1 in [12]).

Der Hohlkasten-Querschnitt hatte folgende Abmessungen (Bild 12):

$b/d = 50/50 \text{ cm}$ ,  $b_K/d_K = 44,9/44,9 \text{ cm}$

Wanddicke  $t = 8 \text{ cm}$

Das Maß  $b_K$  bzw.  $d_K$  (von Bügelmitte zu Bügelmitte) ergab sich aus

$$43 + 2 \cdot \frac{1,0}{2} + \frac{0,8 + 1,0}{2} = 44,9 \text{ cm}$$

Rechengang:

$$F = 50^2 = 2500 \text{ cm}^2; \quad F_K = 44,9^2 = 2020 \text{ cm}^2$$

$$U_K = 4 \cdot 44,9 = 179,6 \text{ cm}$$

$$2 FF_K/U_K = 56200 \text{ cm}^3$$

$$\sqrt[3]{\beta_p/250} = \sqrt[3]{364/250} = 1,13$$

Für  $\bar{\mu}_L$  ist der kleinere Wert aus  $(\bar{\mu}_L)_I$  und  $(\bar{\mu}_L)_{II}$  einzusetzen, wobei

$$(\bar{\mu}_L)_I = 2(n_{e1} + n_{e2}) f_e \beta_s / F$$

$$(\bar{\mu}_L)_{II} = 2(n_{e3} + n_{e4}) f_e \beta_s / F$$

Hierbei bedeutet  $n_{ei}$  die Anzahl der in der Ecke  $i$  konzentrierten Längsstäbe.

Mit  $n_{e1} = n_{e2} = n_{e4} = 4$  und  $n_{e3} = 2$  wird  $(\bar{\mu}_L)_{II}$  der kleinere Wert und somit

$$\bar{\mu}_L = 2(2 + 4) 0,784 \cdot 5230/2500 = 19,7 \text{ kp/cm}^2$$

$$\begin{aligned} \mu_B &= (2 \cdot 44,9 \cdot 0,784 \cdot 5230 + 2 \cdot 44,9 \cdot 0,514 \cdot 5390) / (2500 \cdot 11) \\ &= 22,4 \text{ kp/cm}^2 \end{aligned}$$

Damit wird

$$\bar{\mu}_T = \sqrt{19,7 \cdot 22,4} = 21 < 50 \text{ kp/cm}^2$$

Mit  $\chi = 7 + 0,6 \bar{\mu}_T = 19,6$  wird das rechnerische Torsionsbruchmoment aus Gl. (11) zu

$$T_{UR} = 19,6 \cdot 56200 \cdot 1,13 = 12,42 \cdot 10^5 \text{ kpcm} = 12,42 \text{ Mpm.}$$

Im Versuch konnte als max. Torsionsmoment der Wert  $T_{UV} = T_A = 11,60 \text{ Mpm}$  erreicht werden (vgl. Tabelle 7(b) in [12]).

Damit  $T_{UR}/T_{UV} = 12,42/11,60 = 1,07$ .

Setzt man statt  $\beta_p$  (EMPA) die statische Prismendruckfestigkeit  $\beta_{ps(30)}$  - Dehnungsgehalt ( $\dot{\epsilon} = 0$ ) während 30 Min. - ein, wie die Verfasser bei der Auswertung ihrer Versuche vorgingen, so ist das dadurch gewonnene Torsionsbruchmoment mit dem im Versuch am Ende der letzten Laststufe gemessenen Torsionsmoment zu vergleichen.

Zur Bestimmung von  $\beta_{ps(30)}$  wird das Bild 9 in [12] verwendet, wonach  $\beta_{ps(30)}/\beta_p(\text{EMPA}) \approx 0,70$  ist.

Damit wird  $\beta_{ps(30)} = 0,70 \cdot 364 = 255 \text{ kp/cm}^2$  und

$$\sqrt[3]{\beta_{ps(30)}/250} \approx 1,01.$$

$$T_{uR} = 19,6 \cdot 56200 \cdot 1,01 = 11,10 \cdot 10^5 \text{ kpcm}$$

$$T_{uV} = T_E = 10,65 \text{ Mpm}$$

$$\text{Damit } T_{ue}/T_{uv} = 11,10/10,65 = \underline{1,04}$$

Es sei an dieser Stelle gut angebracht, über die Ergebnisse der Nachrechnung der übrigen Versuchsbalken von Lampert/Lüchinger/Thürlimann [11,12] kurz zu berichten. In Tabelle II sind die Torsionsmomente  $T_{VA}$  und  $T_{VE}$  angegeben, die am Anfang bzw. am Ende der letzten Laststufen gemessen wurden. Neben den gemessenen Betonfestigkeiten -  $\beta_p$  (EMPA) und  $\beta_{ps(30)}$  - sind auch die nach Gl.(11) berechneten Torsionsbruchmomente  $T_{URA}$  und  $T_{URE}$  aufgeführt. Für die Berechnung von  $T_{URA}$  wurde  $\beta_p$  (EMPA) verwendet, während  $T_{URE}$  mit der durch Kriechen abgeminderten Prismendruckfestigkeit  $\beta_{ps(30)}$  gerechnet wurde. Die Verhältnisse  $T_{URA}/T_{VA}$  und  $T_{URE}/T_{VE}$  bestätigen nochmals die hervorragende Übereinstimmung der Berechnung nach Gl. (11) mit den Versuchswerten.

## 6.2 Bemessung eines Stahlbetonbalkens unter reiner Torsionsbeanspruchung

Vorgegeben sei ein Stahlbetonbalken mit einem quadratischen Hohlkastenquerschnitt  $b/d = 50/50$  cm.

Das im Gebrauchszustand auftretende Torsionsmoment beträgt  $T_{\text{Gebr.}} = 7,0$  Mpm.

Es wird Beton der Güteklasse Bn 250 ( $\beta_R = 175$  kp/cm<sup>2</sup>) in Verbindung mit BSt 42/50 ( $\beta_s = 4200$  kp/cm<sup>2</sup>) vorausgesetzt. Die Betondeckung der Bügel beträgt 2,0 cm.

Für den Bruchzustand gilt (mit  $\gamma = 1,75$ )

$$T_u = 1,75 \cdot 70 = 12,25 \text{ Mpm} = 12,25 \cdot 10^5 \text{ kpcm}$$

$$F = b \cdot d = 50^2 = 2500 \text{ cm}^2, F_K = b_K \cdot d_K = 45^2 = 2025 \text{ cm}^2$$

$$U_K = 2(b_K + d_K) = 4 \cdot 45 = 180 \text{ cm}$$

Damit wird

$$2FF_K/U_K = 2 \cdot 2500 \cdot 2025/80 = 56300 \text{ cm}^3$$

Mit  $\beta_p = \beta_R$  (für Rechenzwecke) wird

$$\sqrt[3]{\beta_R/250} = \sqrt[3]{175/250} = 0,885$$

Aus Gl. (11) :

$$\begin{aligned} \alpha &= T_u / \left( \frac{2FF_K}{U_K} \cdot \sqrt[3]{\beta_R/250} \right) \quad \text{damit} \\ &= 12,25 \cdot 10^5 / (56300 \cdot 0,885) = 24,7 \text{ kp/cm}^2 \end{aligned}$$

Für  $50 > \alpha = 24,7 > 10$  kp/cm<sup>2</sup> gilt

$$\alpha = 7 + 0,6 \bar{\mu}_T = 24,7, \text{ dann}$$

$$\bar{\mu}_T = (24,7 - 7)/0,6 = 29,5 \text{ kp/cm}^2$$

Aus  $\bar{\mu}_T = \beta_s \sqrt{\mu_L \cdot \mu_B}$  und mit  $\beta_s = 4200$  kp/cm<sup>2</sup>

wird  $\mu_L \cdot \mu_B = 29,5/4200 = 0,70 \%$

Wird  $\mu_L = \mu_B$  gewählt, so wird  $\mu_L = \mu_B = 0,70 \%$ . Damit

$$\sum f_{eL} = \mu_L \cdot F = \frac{0,70}{100} \cdot 2500 = 17,5 \text{ cm}^2$$

gewählt: Längsstäbe 16 Ø 12  $\hat{=} 18,2 > 17,5 \text{ cm}^2$

$$f_{eB}/a_B = \mu_B \cdot \frac{F}{U_K} = \frac{0,70}{100} \cdot \frac{2500}{180} = 0,097 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

gewählt: Bügel Ø 10 mit  $a_B = 8 \text{ cm}$

$$f_{eB}/a_B = 0,8/8,0 = 0,100 > 0,097 \text{ cm}^2/\text{cm}.$$

## 7. Einfluß der Vorspannung

Theoretische sowie experimentelle Untersuchungen an zentrisch vorgespannten Betonbalken (ohne schlaffe Bewehrung) unter reiner Torsion zeigten, daß der Einfluß der Vorspannung auf die Torsionstragfähigkeit durch den sog. Vorspannbeiwert  $\gamma_v$  zutreffend erfaßt werden kann. Der Beiwert  $\gamma_v$  läßt sich auf zwei verschiedenen Wegen ableiten, nämlich durch die Bruchtheorie der Hauptspannungen (s. z.B. [28] ) bzw. durch den Bruchmechanismus der schiefen Biegung nach Hsu [29] . Beide Bruchkriterien liefern denselben Vorspannfaktor, der folgende Form annimmt:

$$\gamma_v = \sqrt{1 + 10 \frac{\sigma_{bv}}{\beta_p}} \quad (13)$$

wobei für die Zugfestigkeit des Betons der Wert  $\beta_p/10$  angesetzt ist.

In Gl. (5) bedeutet  $\sigma_{bv}$  die im Betonquerschnitt vorhandene Vorspannung in  $\text{kp/cm}^2$ .

Viel schwieriger liegen die Verhältnisse vor, wenn die Vorspannkraft exzentrisch angebracht wird und der Balken mit schlaffer Bewehrung (Längsstäben und Bügeln) versehen ist. Es handelt sich hier nicht um eine Reißlast, die auch die Bruchlast darstellt. Vielmehr geht es um ein Bruchstadium, wobei sich die Reißbildung in einer fortgeschrittenen Phase befindet. Die durch die Vorspannkraft erzeugten Druckspannungen können allein von der Druckzone aufgenommen werden. Da aber die Druckzone eines Balkens unter Torsionsbeanspruchung nicht nur Druckspannungen sondern auch Schubspannungen aus dem Torsionsmoment widerstehen muß, so wirkt sich die Vorspannung auf die Torsionstragfähigkeit günstig aus, solange  $\sigma_{bv}/\beta_p \lesssim 0,70$  ist (s. [29] ).

Der Einfluß der Vorspannung auf den Bruchwiderstand kann gedanklich dadurch berücksichtigt werden, daß die vorhandene Betonfestigkeit mit dem Vorspannbeiwert  $\gamma_v$  nach Gl. (13) multipliziert wird.

Für Spannbetonbalken nimmt die Torsionsformel (11) die erweiterte Form an, die lautet:

$$T_{UR} = \chi \frac{2FF_k}{u_k} \sqrt[3]{\frac{\gamma_v^4 \beta_p}{250}} \quad (14)$$

wobei  $\chi$  die gleiche Bedeutung hat, wie in Gl. (11).

Liegt exzentrische Vorspannung vor, so ist  $\sigma_{bv}$  nicht mehr konstant über den Querschnitt. Für  $\sigma_{bv}$  wird derjenige Wert angesetzt, der in der Mitte der Druckzone vorhanden ist. Die Druckzone bildet sich auf der Querschnittsseite aus, die parallel zur in Frage kommenden Drehachse verläuft und ihr am nächsten gelegen ist.

Bei der üblichen Vorspannung von etwa 0,75-fachem der Streckgrenze  $\beta_z$  erreichen die schlaaffe und die Vorspannbewehrung ihre Fließ- bzw. Streckgrenze bei ähnlichen Dehnungswerten. Voraussetzung dazu ist allerdings ein einwandfreier Verbund der Vorspannkabel. Daher ist es ersichtlich, daß zur Bestimmung des Bruchwiderstandes der Spannstahl, der normal vorgespannt wird, vor dem Bruch seine Streckgrenze erreicht, wie eine schlaaffe Bewehrung mit der Fließkraft  $F_{sp} \cdot \beta_z$  betrachtet werden kann. Da Gl. (14) auch für exzentrische Vorspannung gelten soll, so muß die wirkliche Lage der Fließkräfte im Spannstahl bei der Bestimmung des Längsbewehrungsgrades  $\bar{\mu}_L$  berücksichtigt werden.

Aus Mangel an brauchbaren Versuchen an Spannbetonbalken mit Schlaffbewehrung konnte die erweiterte Torsionsformel (Gl. (14)) nur an Hand von 7 Versuchen nachgeprüft werden.



Der Mittelwert des  $T_{UR}/T_{UV}$  - Verhältnisses beträgt für die nachgerechneten Versuche 1,01. Die Einzelwerte schwanken zwischen 0,91 und 1,12. Dieses Ergebnis zeigt, daß das Torsionsbruchmoment schlaffbewehrter Spannbetonbalken an Hand der erweiterten Torsionsformel (Gl. (14)) zutreffend ermittelt werden kann. (s. Anhang: Nachrechnung der Spannbetonversuche).

### 8. Zusammenfassung

Der Berechnung der Torsionstragfähigkeit schlaff bewehrter Bauteile wurden oft in der Fachliteratur verschiedene Bruchmodelle zugrunde gelegt, die auf sehr unterschiedlichen Auffassungen des Torsionsbruchmechanismus beruhen (vgl. auch [4]). In den neuesten Veröffentlichungen über das Tragverhalten torsionsbeanspruchter Stahlbetonbalken kommen hauptsächlich zwei Bruchmodelle zur Anwendung. Es sind

- das räumliche Fachwerkmodell nach Rausch bzw. Lampert/Thürlimann
- das Modell der räumlichen Bruchfläche nach Lessig.

Es läßt sich leicht beweisen, daß beide Bruchmodelle trotz ihrer unterschiedlichen Betrachtungsweisen des Torsionstragverhaltens zum selben Resultat führen (vgl. Abschnitt 2).

Das gemeinsame Merkmal aller bisher veröffentlichten Torsionsbruchtheorien ist die Voraussetzung, daß im Bruchzustand die Fließgrenze der Stahleinlagen erreicht wird. Experimentelle Beobachtungen und theoretische Überlegungen sprechen nicht immer für diese Annahme. Je größer der Gesamtbewehrungsgehalt wird, umso mehr weicht die Theorie vom Versuch ab.

Nach der Theorie ist außerdem jede beliebige Aufteilung der Gesamtbewehrung in Längs- und Querbewehrung (Bügel) erlaubt,

ohne daß die Torsionstragfähigkeit dadurch beeinflußt wird. Das bedingt uneingeschränkte Umlagerung der inneren Kräfte von der Längsbewehrung auf die Bügel und umgekehrt. Versuchserfahrungen zeigen jedoch, daß die Längs- und Bügelbewehrung nur gleichwertig zu behandeln sind, wenn das Bewehrungsverhältnis  $m$  ( $= \mu_L \beta_{SL} / \mu_B \beta_{SB}$ ) innerhalb eines bestimmten Bereiches liegt. Ferner zeigt die theoretische Lösung die Unabhängigkeit des Torsionsbruchmomentes von der Betongüte. Die Auswertung der Torsionsversuche bestätigte die Vermutung, daß die Betonfestigkeit dabei eine Rolle spielen muß.

Um all diesen Zusammenhängen Rechnung zu tragen, muß die aus der Theorie - gleichgültig nach welchem Bruchmodell - hergeleitete Lösung korrigiert werden. Der Korrekturvorgang ist in Abschnitt 3 ausführlich beschrieben. Dadurch entsteht die Torsionsformel (11) zur Berechnung des Torsionsbruchmomentes eines Stahlbetonbalkens unter reiner Torsionsbeanspruchung. Neben der einfachen Handhabung und dem unbeschränkten Anwendungsbereich dieser Formel besitzt sie eine hervorragende Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus 176 Versuchen.

Abschließend sei bemerkt, daß die in dieser Arbeit zitierten Versuchsbalken mit Hohlkastenquerschnitten von Hsu [8], Leonhardt [10] und Lampert/Thürlimann [11, 12] solche Wanddicken  $t$  besitzen, die die Größen  $b/6$  bzw.  $d/10$  nicht unterschreiten. Für kleinere Wanddicken ist - bis zur Durchführung weiterer Versuche - das Torsionsbruchmoment nach Gl. (11) mit dem kleineren Reduktionsfaktor aus  $6 t/b$  bzw.  $10 t/d$  zu multiplizieren.

Schrifttum

- [1]        Rausch, E        Rerechnung des Eisenbetons gegen Verdrehung  
Springer-Verlag, Berlin 1929
  
- [2]        Lampert, P.        Bruchwiderstand von Stahlbetonbalken unter  
Torsion und Biegung.  
Dissertation Nr. 4445, ETH Zürich, 1970
  
- [3]        Lessig, N.N.        Determination of the Load-Bearing Capacity  
of Reinforced Concrete Elements with  
Rectangular Cross-Section subjected to  
Flexure with Torsion.  
Institut Betona i Zhelezo-betona(Moscow),  
Trudy, Nr. 5 1959. S. 5 - 28
  
- [4]        Rafla, K.        Vergleich der Torsionstheorien mit den  
Ergebnissen aus Versuchen an schlaff bewehr-  
ten Betonstäben unter reiner Torsion.  
Veröffentlichung in Vorbereitung.
  
- [5]        Zia, P.        Torsion Theories für Concrete Members -  
Torsion of Structural Concrete.  
ACI-Publication SP-18, 1968, S. 103-132.
  
- [6]        Zia, P.        What do we know about Torsion in Concrete  
Members.  
Journal of the Structural Division.  
Proc. of ASCE, ST 6, 1970, S. 1185-1199.
  
- [7]        Elfgrén, L.        Reinforced Concrete Beams Loaded in  
Combined Torsion, Bending and Shear.  
Chalmers University of Technology, Division  
of Concrete Structures, Publication Nr. 71:3,  
Göteborg 1972.
  
- [8]        Hsu, Th.        Behavior of Reinforced Concrete Rectangular  
Members - Torsion of Structural Concrete.  
ACI-Publication SP -18, 1968, S. 261-306
  
- [9]        Bueren, R.van.        Inleidend onderzoek naar het gedrag van  
gewapend betonbalken met rechthoekige  
doorsneden belast op zuivere wringing.  
Rapport Stevin-Laboratorium, nr. 5-70-TO 1  
Auch veröffentlicht in Rapport IBBC-TNO  
Nr. B I - 70-107, Dez. 1970.

- [10] Leonhardt, F. Torsionsversuche an Stahlbetonbalken.  
Vorläufiger Bericht, Otto-Graf-Institut  
TU Stuttgart, 1967
- [11] Lampert, P./ Torsionsversuche an Stahlbetonbalken  
Thürlimann, B. Bericht Nr. 6506 - 2, Institut für Baustatik  
ETH Zürich, Juni 1968
- [12] Lampert, P./ Torsionsversuche an Stahl- und Spannbetonbalken  
Lüchinger, P./ Bericht Nr. 6506-4, Institut für Baustatik  
Thürlimann, B. ETH Zürich, Febr. 1971.
- [13] Marshall, W./ Experiments of Plain and Reinforced Concrete  
Tembe, N. in Torsion.  
Journal of the Institution of Structural  
Engineers, Nov. 1941, S. 177-191.
- [14] Ernst, G. Ultimate Torsional Properties of Rectangular  
Reinforced Concrete Beams.  
Journal of ACI, Proc. V 54, Nr. 18, Okt. 1957  
S. 341-356.
- [15] Collins, M.P./ Reinforced Concrete in Torsion.  
Walsh, P./ UNICIV-Report Nr. 31, University of New  
Archer, F./ South Wales, Kensington NSW, Australien,  
Hall, A. März 1968
- [16] Lessig, N. Investigation of the Cases of Failure Due  
to Crushing of the Concrete of Rectangular  
Reinforced Concrete Elements Subjected to  
Combined Bending and Torsion.  
Institut Betona i Zhelezobetona, Moscow  
Trudy, Nr. 23, 1961, S. 229 - 271
- [17] Pandit, G./ Reinforced Concrete Beams in Combined Bending  
Warwaruk, J. and Torsion -  
Torsion of Structural Concrete. ACI-Publication  
SP - 18, 1968, S. 133 - 163
- [18] Goode, C./ Ultimate Strength of Reinforced Concrete  
Helmy, M. Beams in Bending and Torsion.  
Torsion of Structural Concrete. ACI-Publication  
SP - 18, 1968, S. 357-377.
- [19] Lyalin, I.M. Experimental Studies of the Behaviour of  
Reinforced Concrete Beams with Rectangular  
Cross Section Subjected to the Combined  
Action of Transverse Force, Flexural and  
Torsional Moment.  
Institut Betona i Zhelezobetona, Moscow,  
Trudy, Nr. 5, 1959, S. 54 - 77.

- [20] Pandit, G. Failure Modes in Torsion.  
The Indian Concrete Journal, V 44, Nov. 1970,  
S. 495 - 497
- [21] Pandit, G. Torsion Tests and Code Requirements.  
The Indian Concrete Journal, V 44, Ja. 1970  
S. 31 - 33.
- [22] Bach, C./ Versuche über die Widerstandsfähigkeit von  
Graf, O. Beton und Eisenbeton gegen Verdrehung.  
Schriftenreihe des DAFSt., H. 16, 1912
- [23] Klus, J. Ultimate Strength of Reinforced Concrete  
Beams in Combined Torsion and Shear.  
Journal of ACI, Proc. V 65, Nr. 3, März 1968  
S. 210-215
- [24] Mc Mullen, A./Additional Remarks in the Discussion of the  
Warwaruk, J. Paper by Pandit/Warwaruk.  
Journal of ACI, April 1969, S. 319-322.
- [25] Mc. Mullen, A./Concrete Beams in Bending, Torsion and Shear.  
Warwaruk, J. Journal of the Structural Division,  
Proc. of ASCE, ST 5, Mai 1970, S. 885-903
- [26] Ramakrishnan, V/ The Influence of Web Reinforcement on  
Vijayarangan, B. Reinforced Concrete Beams subjected to  
combined Bending and Torion.  
The Indian Journal, März 1965, S. 89 - 93.
- [27] Mukherjee, P./Ultimate Torsional Strength of Plain,  
Kemp, E. Prestressed and Reinforced Concrete Members  
of Rectangular Cross-Section.  
Structural Engineering, Research Report,  
University of West Virginia, Morgantown, 1967.
- [28] Humpfreys, R. Torsional Properties of Prestressed Concrete.  
The Structural Engineer (London)  
Vol. 35, No. 6, June 1957, S. 213-224.
- [29] Hsu, Th. Torsion of Structural Members without Web  
Reinforcement.  
Journal of PCI, Vol. 13, No. 2, April 1968  
S. 34-44.
- [30] Mukherjee, P./Torsion, Bending and Sher in Prestressed  
Warwaruk, J. Concrete.  
Journal of the Structural Division,  
Proc. of ASCE, ST 4, April 1971, S. 1063-1079
- [31] Evans, R.H./ The Behaviour and Strength of Prestressed  
Khalil, M.G. Concrete Rectangular Beams Subjected to  
Combined Bending and Torsion.  
The Structural Engineer, Vol. 48, Nr. 2  
Febr. 1970, S. 59 - 73

Tabelle I : Zusammenstellung der Versuchsberichte

| Verfasser           | Jahr-<br>gang | Literatur-<br>stelle | Anzahl der brauch-<br>baren Versuche |
|---------------------|---------------|----------------------|--------------------------------------|
| Hsu                 | 1968          | [8]                  | 53                                   |
| Bueren              | 1970          | [9]                  | 23                                   |
| Leonhardt           | 1967          | [10]                 | 12 + 2*                              |
| Marshall/Tembe      | 1941          | [13]                 | 13                                   |
| Ernst               | 1957          | [14]                 | 9                                    |
| Lampert/Thürlimann  | 1968/71       | [11,12]              | 7 + 2*                               |
| Collins u.a.        | 1968          | [15]                 | 6                                    |
| Lessig              | 1961          | [16]                 | 6                                    |
| Pandit/Warwaruk     | 1968          | [17]                 | 4                                    |
| Goode/Helmy         | 1968          | [18]                 | 4                                    |
| Lyalin              | 1959          | [19]                 | 4                                    |
| Pandit              | 1970          | [20,21]              | 6                                    |
| Bach/Graf           | 1912          | [22]                 | 2                                    |
| Klus                | 1968          | [23]                 | 2                                    |
| Mc. Mullen/Warwaruk | 1969/70       | [24,25]              | 2                                    |
| Ramakrishnan        | 1965          | [26]                 | 1                                    |
| Mukherjee/Kemp      | 1967          | [27]                 | 18                                   |
| Summe               |               |                      | 172 + 4*                             |

\*Diese Versuche (VQ 7, VQ 8, T 7 und T 8) wurden getrennt gerechnet.  
(s. Abschnitt 6).

Tabelle II: Vergleich der Rechnung mit den Versuchen  
von Lampert/Lüchinger/Thürlimann [11, 12]

| Versuchs-<br>balken | $\beta_p$ (EMPA)   | $\beta_{ps}$ (3o)  | $T_{VA}$ | $T_{VE}$ | $T_{URA}$ | $T_{URE}$          | $\frac{T_{URA}}{T_{VA}}$ | $\frac{T_{URE}}{T_{VE}}$ |
|---------------------|--------------------|--------------------|----------|----------|-----------|--------------------|--------------------------|--------------------------|
|                     | kp/cm <sup>2</sup> | kp/cm <sup>2</sup> | Mpm      | Mpm      | Mpm       | Mpm                | -                        | -                        |
| $T_1$               | 264                | 233                | 14,65    | 13,20    | 13,32     | 12,75              | 0,91                     | 0,97                     |
| $T_2$               | 280                | 240                | 14,60    | 13,40    | 13,58     | 12,83              | 0,93                     | 0,96                     |
| $T_3$               | 287                | 249                | 11,95    | 10,75    | 10,91     | 10,41              | 0,91                     | 0,97                     |
| $T_4$               | 212                | ~182               | 14,85    | 13,20    | 12,38     | 11,75              | 0,83                     | 0,89                     |
| $T_o$               | 369                | -                  | 21,10    | -        | 22,22     | -                  | 1,05                     | -                        |
| $T_{4S}$            | 340                | -                  | 15,70    | 14,40    | 14,50     | 14,50 <sup>+</sup> | 0,93                     | 1,01                     |
| $T_5$               | 396                | ~277               | 16,30    | 14,75    | 17,88     | 15,90              | 1,09                     | 1,07                     |
| $T_7$               | 380                | ~266               | 13,80    | 12,65    | 14,30     | 12,73              | 1,04                     | 1,01                     |
| $T_8$               | 364                | ~255               | 11,60    | 10,65    | 12,42     | 11,10              | 1,07                     | 1,04                     |
| Mittel              |                    |                    |          |          |           |                    | 0,97                     | 0,99                     |

<sup>+</sup> mit  $\beta_p$  (EMPA) = 340 kp/cm<sup>2</sup> berechnet, weil rasche Belastung  
vorgenommen wurde.

# Nachrechnung der Versuche von Mukherjee und Warwaruk [30]

Es sind 4 Versuchsbalken, die unter reiner Torsion geprüft wurden. Sie hatten einheitlichen Rechteckquerschnitt von  $15,3 \times 30,4$  cm. Die Versuchsbalken A 106 und C 206 waren zentrisch vorgespannt ( $\sigma_{bv}/\beta_p \approx 0,09$  bzw.  $0,21$ ), während B 126 und D 226 exzentrische Vorspannung ( $e/d = 1/6$ ) erhielten ( $\sigma_{bv,m}/\beta_p \approx 0,09$  bzw.  $0,21$ )

In Bild 13 ist die Bewehrung dieser Versuchsbalken dargestellt.

## Versuchsbalken A 106 (zentrische Vorspannung)

$$F = 15,3 \cdot 30,4 = 463 \text{ cm}^2$$

$$F_K = 12,1 \cdot 27,3 = 331 \text{ cm}^2$$

$$U_K = 2(12,1 + 27,3) = 78,8 \text{ cm}$$

$$\frac{2FF_K}{U_K} = 3890 \text{ cm}^3$$

$$\gamma_v = \sqrt{1 + 10 \frac{\sigma_{bv}}{\beta_p}} = \sqrt{1 + 10 \frac{31,6}{360}} = 1,37$$

$$\sqrt[3]{\gamma_v \cdot \frac{\beta_p}{250}} = \sqrt[3]{1,37 \frac{360}{250}} = 1,25$$

$$\text{Längsbewehrungsgrad } \bar{\mu}_L = \bar{\mu}_e + \bar{\mu}_{sp} :$$

$$\text{schlaaffe Bewehrung } \bar{\mu}_e = \frac{\sum f_{eL}}{F} \beta_{SL} = \frac{4 \cdot 0,71}{463} \cdot 3500 = 21,5 \text{ kp/cm}^2$$

$$\text{Spannglieder } \bar{\mu}_{sp} = \frac{\sum f_{sp}}{F} \beta_z = \frac{1,50}{463} \cdot 17600 = 57,0 \text{ kp/cm}^2$$

$$\bar{\mu}_L = 21,5 + 57,0 = 78,5 \text{ kp/cm}^2$$

$$\text{Bügelbewehrungsgrad } \bar{\mu}_B :$$

$$\bar{\mu}_B = \frac{0,32 \cdot 78,8}{463 \cdot 7,6} \cdot 3500 = 25,0 \text{ kp/cm}^2$$



Da  $\bar{\mu}_L / \bar{\mu}_B > 3,0$  ist, so gilt nach Gl. (12a):

$$\bar{\mu}_T = \sqrt{3} \bar{\mu}_B = \sqrt{3} \cdot 25 = 43,3 \text{ kp/cm}^2$$

$$\eta = 7 + 0,6 \cdot 43,3 = 33,0$$

Das Torsionsbruchmoment ergibt sich aus Gl. (14) zu:

$$\begin{aligned} T_{UR} &= 33,0 \cdot 3890 \cdot 1,25 = 1,61 \cdot 10^5 \text{ kpcm} \\ &= 1,61 \text{ Mpm} \end{aligned}$$

Das im Versuch festgestellte Torsionsbruchmoment beträgt

$$T_{UV} = 1,625 \text{ Mpm}$$

Damit

$$T_{UR}/T_{UV} = \frac{1,610}{1,625} \approx \underline{0,99}$$

Versuchsbalken B 126 (exzentrische Vorspannung)

$$F = 463 \text{ cm}^2, F_K = 331 \text{ cm}^2, U_K = 78,8 \text{ cm}$$

$$\frac{2 F F_u}{U_K} = 3890 \text{ cm}^3$$

Für die zwei infrage kommenden Drehachsen wird der Bruchwiderstand bestimmt. Maßgebend ist der kleinere Wert.

Drehachse I - 1 (unten):

Die Fließkraft( $F_{sp\beta_z}$ ) in den exzentrisch angeordneten Spannungsgliedern ist in die gedachten Oberen und unteren Gurte aufzuteilen.

Nach Bild 13:

$$(F_{sp\beta_z})_{\text{oben}} = 1,50 \cdot 17600 \frac{7,8}{25,6} = 8050 \text{ kp.}$$

Damit

$$\bar{\mu}_{sp} = \frac{2 \cdot 8050}{463} = 34,7 \text{ kp/cm}^2$$

und mit  $\bar{\mu}_e = 21,5 \text{ kp/cm}^2$  wird

$$\bar{\mu}_L = 21,5 + 34,7 = 56,2 \text{ kp/cm}^2$$

Wie in Versuchsbalken A 106 beträgt  $\bar{\mu}_B = 25,0 \text{ kp/cm}^2$

$$\bar{\mu}_T = \sqrt{56,2 \cdot 25,0} = 37,5 \text{ kp/cm}^2$$

$$= 7 + 0,6 \cdot 37,5 = 29,5 \text{ kp/cm}^2$$

Mit  $\sigma_{bv} = \sigma_{bvU} = 2 \sigma_{bvm} = 2 \cdot 35,8 = 71,6 \text{ kp/cm}^2$  wird

$$\gamma_v = \sqrt{1 + 10 \frac{71,6}{384}} = 1,69$$

$$\sqrt[3]{\gamma_v \frac{\beta_p}{250}} = \sqrt[3]{1,69 \frac{384}{250}} = 1,37$$

Nach Gl. 14:

$$\begin{aligned} T_{UR(I)} &= 29,5 \cdot 3890 \cdot 1,37 = 154500 \text{ kpcm} \\ &= 1,545 \text{ Mpm} \end{aligned}$$

Dreahachse II - II (seitlich)

Die Fließkraft  $F_{sp} \beta_z$  ist in die gedachten vorderen und hinteren Gurte aufzuteilen. Da aber die Spannglieder bezüglich der vertikalen Querschnittsachse symmetrisch angeordnet sind, so ist für die Bestimmung von  $\bar{\mu}_{sp}$  die Gesamtfließkraft  $F_{sp} \beta_z$  zu berücksichtigen.

$$\bar{\mu}_{sp} = \frac{1,5 \cdot 17600}{463} = 57,0 \text{ kp/cm}^2$$

Damit:

$$\bar{\mu}_L = 21,5 + 57,0 = 78,5 > 3 \bar{\mu}_B$$

$$\bar{\mu}_T = \sqrt{3} \bar{\mu}_B = 43,3 \text{ kp/cm}^2$$

$$\chi = 33,0 \text{ (vgl. Versuchsbalken A 106).}$$

$$\gamma_v = \sqrt{1 + 10 \frac{\sigma_{bv}}{\beta_p}}, \text{ wobei für } \sigma_{bv} \text{ die vorhandene}$$

Vorspannung in der Mitte der seitlichen Balkenfläche (Druckzone) anzusetzen ist. Mit  $\sigma_{bv} = \sigma_{bvm} = 35,8 \text{ kp/cm}^2$ .

$$\gamma_v = \sqrt{1 + 10 \frac{35,8}{384}} = 1,39$$

$$3 \sqrt{\gamma_v \frac{\beta_p}{250}} = 3 \sqrt{1,39 \frac{384}{250}} = 1,29$$

Nach Gl. 14:

$$\begin{aligned} T_{UR(II)} &= 33,0 \cdot 3890 \cdot 1,29 = 165 \text{ 000 kpm} \\ &= 1,65 \text{ Mpm} > T_{UR(I)} \end{aligned}$$

$$\text{Somit } T_{UR} = T_{UR(I)} = 1,545 \text{ Mpm}$$

Im Versuch:  $T_{UV} = 1,705 \text{ Mpm}$  . Damit

$$T_{UR}/T_{UV} = \frac{1,545}{1,705} \approx \underline{0,91}.$$

Versuchsbalken C 206 (zentrische Vorspannung)

$$\frac{2 F F_K}{U_K} = 3890 \text{ cm}^3$$

$$\gamma_v = \sqrt{1 + 10 \frac{83,3}{400}} = 1,75$$

$$3 \sqrt{\frac{1,75 \cdot 400}{250}} = 1,41$$

$$\bar{\mu}_B = 25,0 \text{ kp/cm}^2 \text{ (wie vor)}$$

$$\bar{\mu}_{sp} = \frac{3,71 \cdot 17600}{463} = 141,5 \text{ kp/cm}^2$$

$$\bar{\mu}_L = \bar{\mu}_e + \bar{\mu}_{sp} = 21,5 + 141,5 = 163,0 > 3 \bar{\mu}_B$$

$$\bar{\mu}_T = \sqrt{3} \cdot 25,0 = 43,3 \text{ kp/cm}^2$$

$$\alpha = 7 + 0,6 \cdot 43,3 = 33,0$$

$$T_{UR} = 33,0 \cdot 3890 \cdot 1,41 = 180500 \text{ kpcm}$$

$$= 1,805 \text{ Mpm}$$

Im Versuch:  $T_{UV} = 1,695 \text{ Mpm}$

Damit  $T_{UR}/T_{UV} = \frac{1,805}{1,695} = \underline{1,06}$

Versuchsbalken D 226 (exzentrische Vorspannung)

$$2 FF_K/U_K = 3890 \text{ cm}^3$$

Drehachse I - I (unten):

Nach Bild 13:

$$\bar{\mu}_B = 25,0 \text{ kp/cm}^2 \quad (\text{wie vor})$$

$$(F_{sp} \cdot B_z)_{\text{oben}} = 3,71 \cdot 17600 \frac{7,8}{25,6} = 19900 \text{ kp}$$

$$\bar{\mu}_{sp} = \frac{2 \cdot 19900}{463} = 86,0 \text{ kp/cm}^2$$

$$\bar{\mu}_L = 21,5 + 86,0 = 107,5 > 3 \bar{\mu}_{Bu}$$

$$\bar{\mu}_T = \sqrt{3} \cdot \bar{\mu}_B = 43,3 \text{ kp/cm}^2$$

$$\kappa = 33,0 \quad (\text{wie vor})$$

Mit  $\sigma_{bv} = \sigma_{bvu} = 2 \sigma_{bvm} = 2 \cdot 82,7 = 165,4 \text{ kp/cm}^2$  wird

$$\gamma_v = \sqrt{1 + 10 \frac{\sigma_{bv}}{B_p}} = \sqrt{1 + 10 \frac{165,4}{397}} = 2,27$$

$$\sqrt[3]{\gamma_v \cdot \frac{B_p}{250}} = \sqrt[3]{227 \frac{397}{250}} = 1,53$$

$$T_{UR(I)} = 33,0 \cdot 3890 \cdot 1,53 = 197 \text{ 000 kpcm}$$

$$= 1,97 \text{ Mpm}$$

Drehachse II - II (seitlich):

$$\bar{\mu}_{sp} = \frac{3,71 \cdot 17600}{463} = 141,5 \text{ kp/cm}^2$$

$$\bar{\mu}_L = 21,5 + 141,5 = 163,0 > 3 \bar{\mu}_{Bu}$$

$$\bar{\mu}_T = \sqrt{3} \bar{\mu}_B = 43,3$$

$$\kappa = 33,0 \text{ (wie vor)}$$

Mit  $\sigma_{bv} = \sigma_{bvm} = 82,7 \text{ kp/cm}^2$  wird

$$\gamma_v = \sqrt{1 + 10 \frac{\sigma_{bv}}{\beta_p}} = \sqrt{1 + 10 \frac{82,7}{397}} = 1,74$$

$$3 \sqrt{\gamma_v \cdot \frac{\beta_p}{250}} = 3 \sqrt{1,74 \cdot \frac{397}{250}} = 1,40$$

$$\begin{aligned} T_{UR(II)} &= 33,0 \cdot 3890 \cdot 1,40 = 180 \text{ 000 kpm} \\ &= 1,80 \text{ Mpm} < T_{UR(I)} \end{aligned}$$

$$T_{UR} = T_{UR(II)} = 1,80 \text{ Mpm}$$

$$\text{Im Versuch } T_{UV} = 1,765 \text{ Mpm}$$

Damit

$$T_{UR}/T_{UV} = \frac{1,800}{1,765} = \underline{1,02}$$

# Nachrechnung der Versuche von Evans/Khalil [31]

Sie prüften unter reiner Torsionsbeanspruchung nur zwei vorgespannte Balken mit schlaffer Bewehrung. Es sind die Versuchsbalken EWT1 und EWT2.

Da die Nachrechnung beider Versuche im Prinzip die gleiche ist, wie bei den Versuchen von Mukherjee und Warwaruk, wird hier nur das Endergebnis angegeben.

Balken EWT1: Drehachse II ist maßgebend

$$\frac{2 F F_K}{U_K} = 1515 \text{ cm}^3$$

$$\bar{\mu}_B = 17,4 \text{ kp/cm}^2$$

$$\bar{\mu}_L = 96,0 > 3 \bar{\mu}_B \quad ; \quad \bar{\mu}_L \text{ (effektiv)} = \sqrt{3} \bar{\mu}_B$$

$$\bar{\mu}_T = 30,3 \text{ kp/cm}^2 \quad \longrightarrow \quad \chi = 25,2$$

$$\gamma_v = 1,57 \quad \longrightarrow \quad \sqrt[3]{\gamma_v \frac{B_p}{250}} = 1,40$$

$$T_{UR}(\text{min}) = 1515 \cdot 25,2 \cdot 1,40 = 53500 \text{ kpm}$$

$$= 5,35 \text{ Mpm}$$

$$T_{UV} = 56,9 \text{ Mpm}$$

$$T_{UR}/T_{UV} = \frac{53,5}{56,9} = \underline{0,94}$$

Balken EWT2: Drehachse I ist maßgebend

$$\frac{2 F F_K}{U_K} = 1515 \text{ cm}^3$$

$$\bar{\mu}_B = 28,0 \text{ kp/cm}^2$$

$$\bar{\mu}_L = 56,8 \text{ kp/cm}^2$$

$$\bar{\mu}_T = 39,9 \text{ kp/cm}^2 \quad \longrightarrow \quad \chi = 30,9$$

$$\gamma_v = 2,03 \rightarrow \sqrt[3]{\gamma_v \frac{\beta_p}{250}} = 1,48$$

$$\begin{aligned} T_{UR}(\text{min}) &= 1515 \cdot 30,9 \cdot 1,48 = 69300 \text{ kpm} \\ &= 69,3 \text{ Mpm} \end{aligned}$$

$$T_{UV} = 61,8 \text{ Mpm}$$

$$T_{UR}/T_{UV} = \frac{69,3}{61,8} = \underline{1,12}$$

Nachrechnung des Versuchsbalkens von Lampert/Lüchinger/  
Thürlimann [12]

---

Die Verfasser prüften unter reiner Torsion einen einzigen Spannbetonbalken (T 9). Das zentrisch angeordnete Spannglied wurde nicht eingepreßt und blieb daher ohne Verbund.

Der Versuchsbalken T 9 erhielt in den Querschnittsecken je 1 Ø 10 als schlaaffe Bewehrung ( $\beta_{SL} = 5230 \text{ kp/cm}^2$ ). Für die Bügelbewehrung wurde ebenfalls Ø 10 mit  $a_B = 11 \text{ cm}$  verwendet. ( $\beta_{SBü} = 5230 \text{ kp/cm}^2$ ).

Der Spannkanal bestand aus 4 Litzen Ø 1/2 mit einer Gesamtfläche von  $3,828 \text{ cm}^2$ . Die Streckgrenze (0,2 -Grenze) für den Spannstahl betrug  $16120 \text{ kp/cm}^2$ .

Mit  $b = d = 50 \text{ cm}$ ,  $b_k = d_k = 44,9 \text{ cm}$  erhält man  
 $F = 2500 \text{ cm}^2$ ,  $F_K = 2020 \text{ cm}^2$ ,  $U_K = 179,6 \text{ cm}$  und damit  
 $2 F F_K / U_K = 56200 \text{ cm}^3$ .

Die Bewehrungsgrade errechnen sich, wie üblich, zu

$$\bar{\mu}_B = \frac{0,784 \cdot 179,6}{2500 \cdot 11} \cdot 5230 = 26,8 \text{ kp/cm}^2$$

$$\bar{\mu}_e = \frac{4 \cdot 0,784}{2500} \cdot 5230 = 6,6 \text{ kp/cm}^2$$

$$\bar{\mu}_{sp} = \frac{3,828 \cdot 16120}{2500} = 24,7 \text{ kp/cm}^2$$

$$\bar{\mu}_L = 6,6 + 24,7 = 31,3 \text{ kp/cm}^2$$

$$\bar{\mu}_T = \sqrt{31,3 \cdot 26,8} = 28,9 \text{ kp/cm}^2$$

und damit

$$\alpha = 7 + 0,6 \cdot 28,9 = 24,3$$

Für die Prismendruckfestigkeit wird  $\beta_{ps}(30)$  angesetzt.

$$\text{Mit } \beta_{ps}(30) \approx 0,70 \quad \beta_p(\text{EMPA}) = 0,7 \cdot 333 = 233 \text{ kp/cm}^2$$

$$\text{und } \sigma_{bv} = \frac{3,828 \cdot 12480}{2500} = 19,1 \text{ kp/cm}^2 \quad (\text{vgl. Bild 7 in [12]})$$

beträgt

$$\gamma_v = \sqrt{1 + 10 \frac{19,1}{233}} = 1,35 \quad \text{und}$$

$$\sqrt[3]{\gamma_v \frac{\beta_{ps}}{250}} = 1,35 \frac{233}{250} = 1,082$$

Das Torsionsbruchmoment  $T_{UR}$  ergibt sich aus Gl. (15) zu:

$$\begin{aligned} T_{UR} &= 56200 \cdot 24,3 \cdot 1,082 = 1478000 \text{ kpm} \\ &= 14,78 \text{ Mpm} \end{aligned}$$

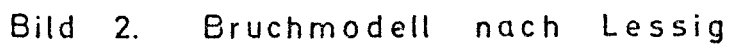
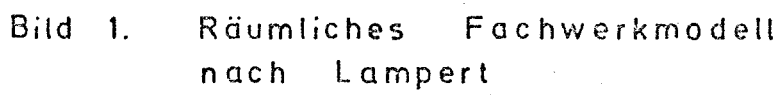
$$\text{Im Versuch : } T_{UV} = 13,95 \text{ Mpm}$$

Damit

$$T_{UR}/T_{UV} = 14,78/1395 = \underline{1,06}$$

Die geringfügige Überschätzung der Torsionstragfähigkeit durch Gl. (14) ist auf den fehlenden Verbund der Spannglieder zurückzuführen.





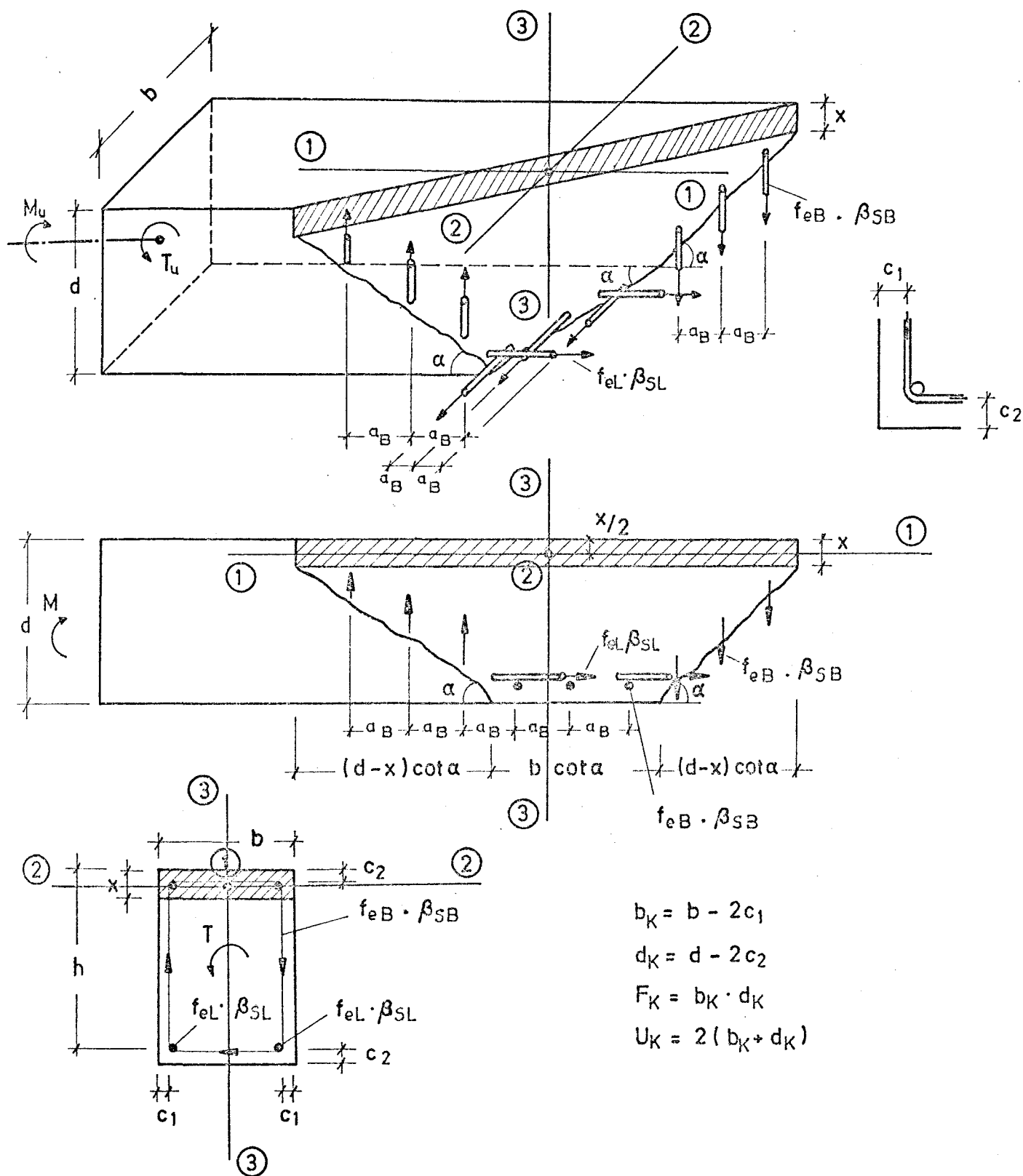
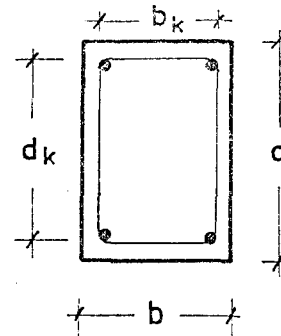


Bild 3. Bruchschema I - Schnittkräfte

$$\frac{T_{\text{vers.}} U_k}{2 F F_k} \sqrt[3]{\frac{250}{\beta_p (\text{kp/cm}^2)}}$$



$$F = b \cdot d$$

$$F_k = b_k \cdot d_k$$

$$U_k = 2(b_k + d_k)$$

$$\mu_L = \Sigma f_{eL} / F$$

$$\mu_B = f_{eB} \cdot U_k / (F \cdot \alpha_B)$$

$$\bar{\mu}_T = \sqrt{\mu_L \cdot \beta_{SL} \cdot \mu_B \cdot \beta_{SB}}$$

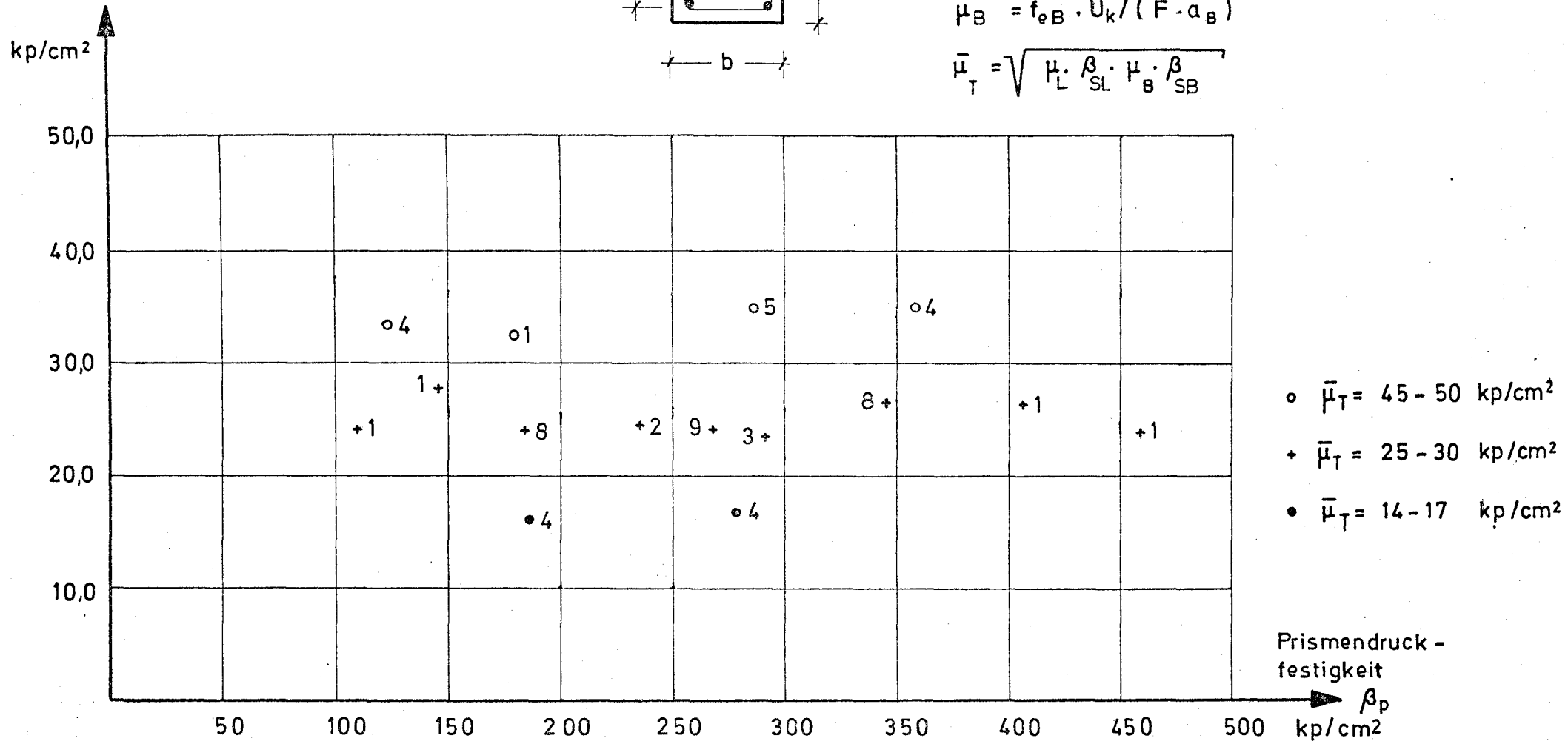


Bild 4. Abhängigkeit des Torsionsbruchmomentes von der Betonfestigkeit

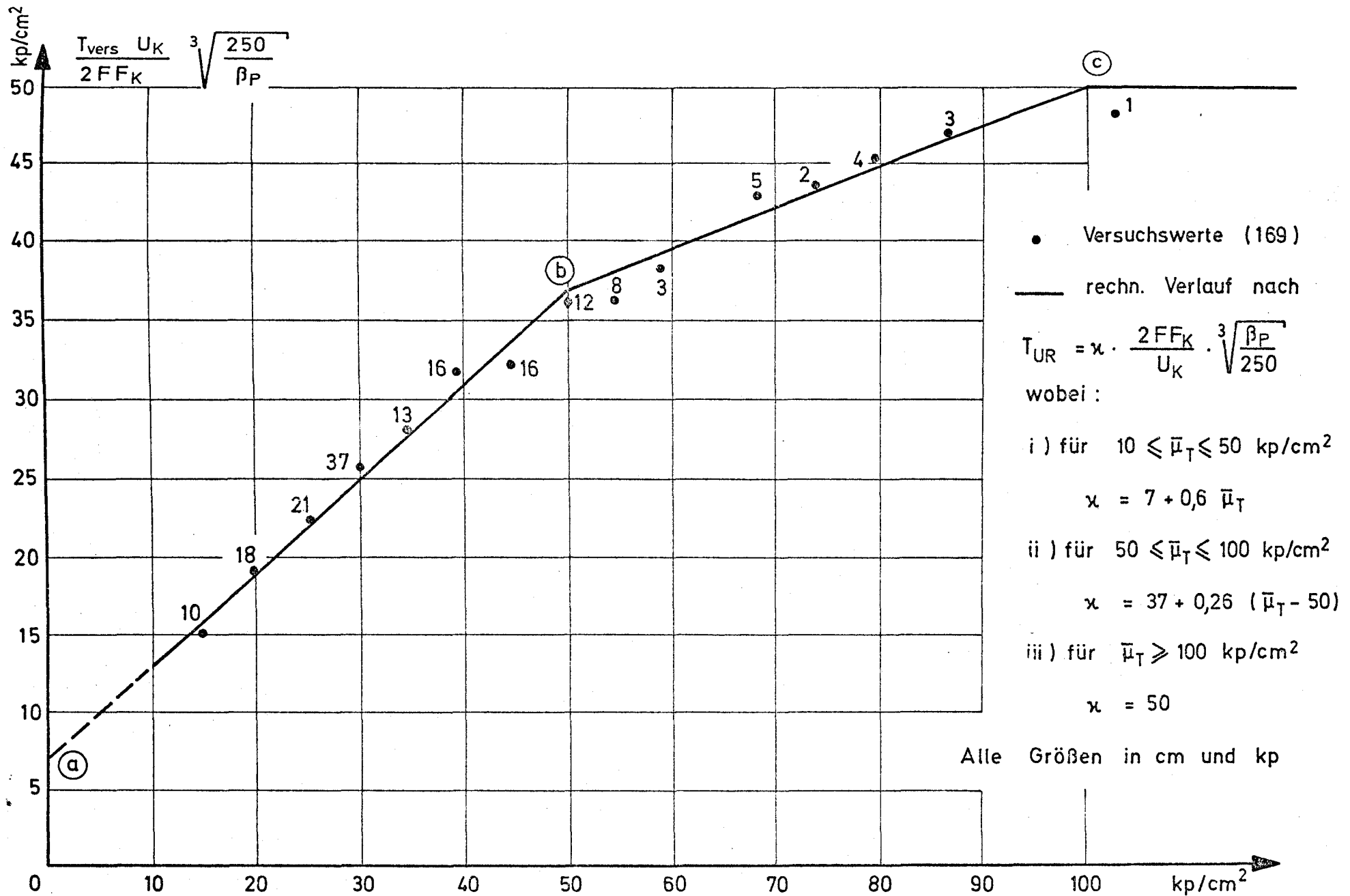


Bild 5. Abhängigkeit des Torsionsbruchmoments vom Torsionsbewehrungsgrad  $\bar{\mu}_T$

$$\bar{\mu}_T = \sqrt{\mu_L \beta_{SL} \mu_B \beta_{SB}}$$

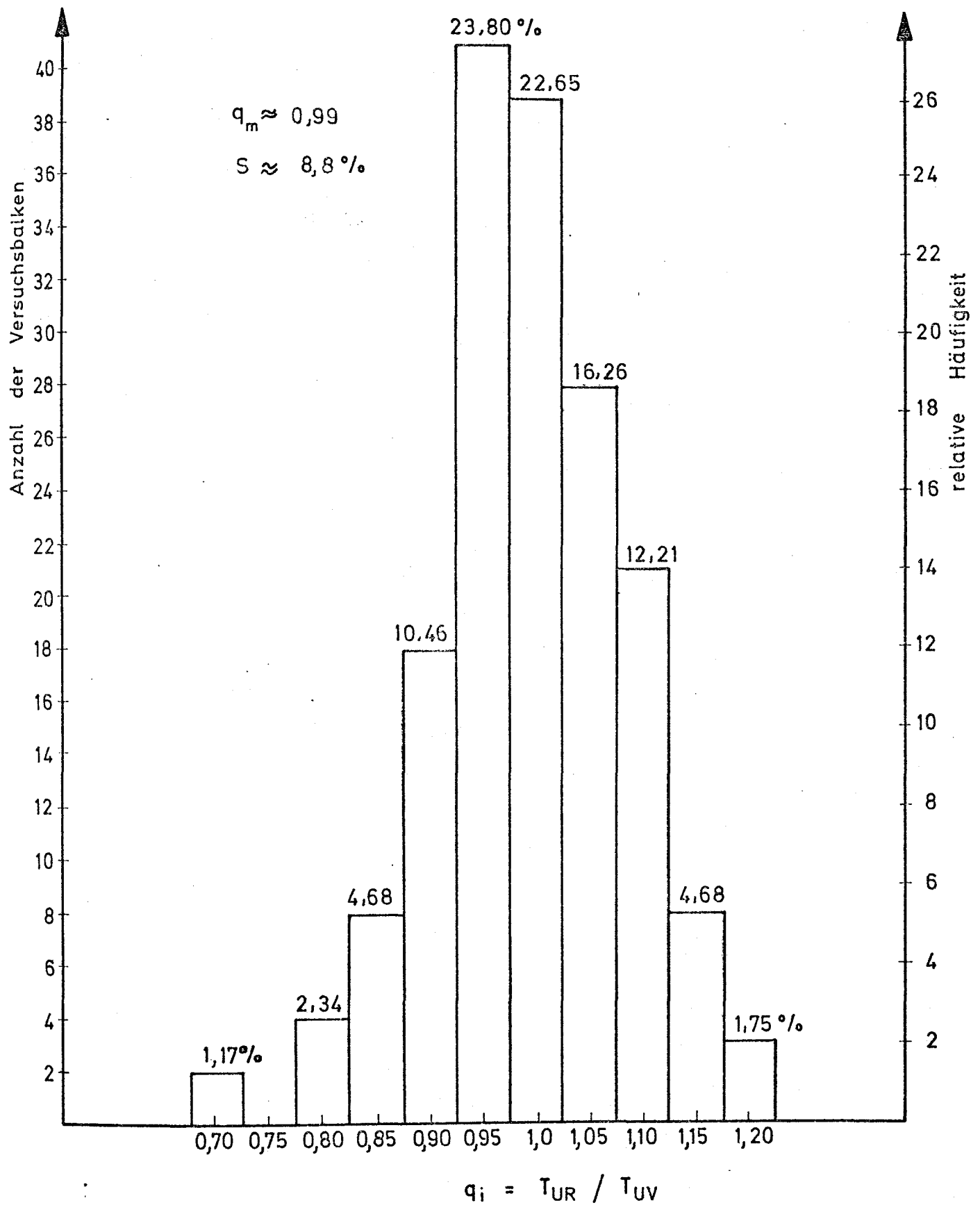


Bild 6. Häufigkeitsverteilung von  $q_i$  für 172 Versuche

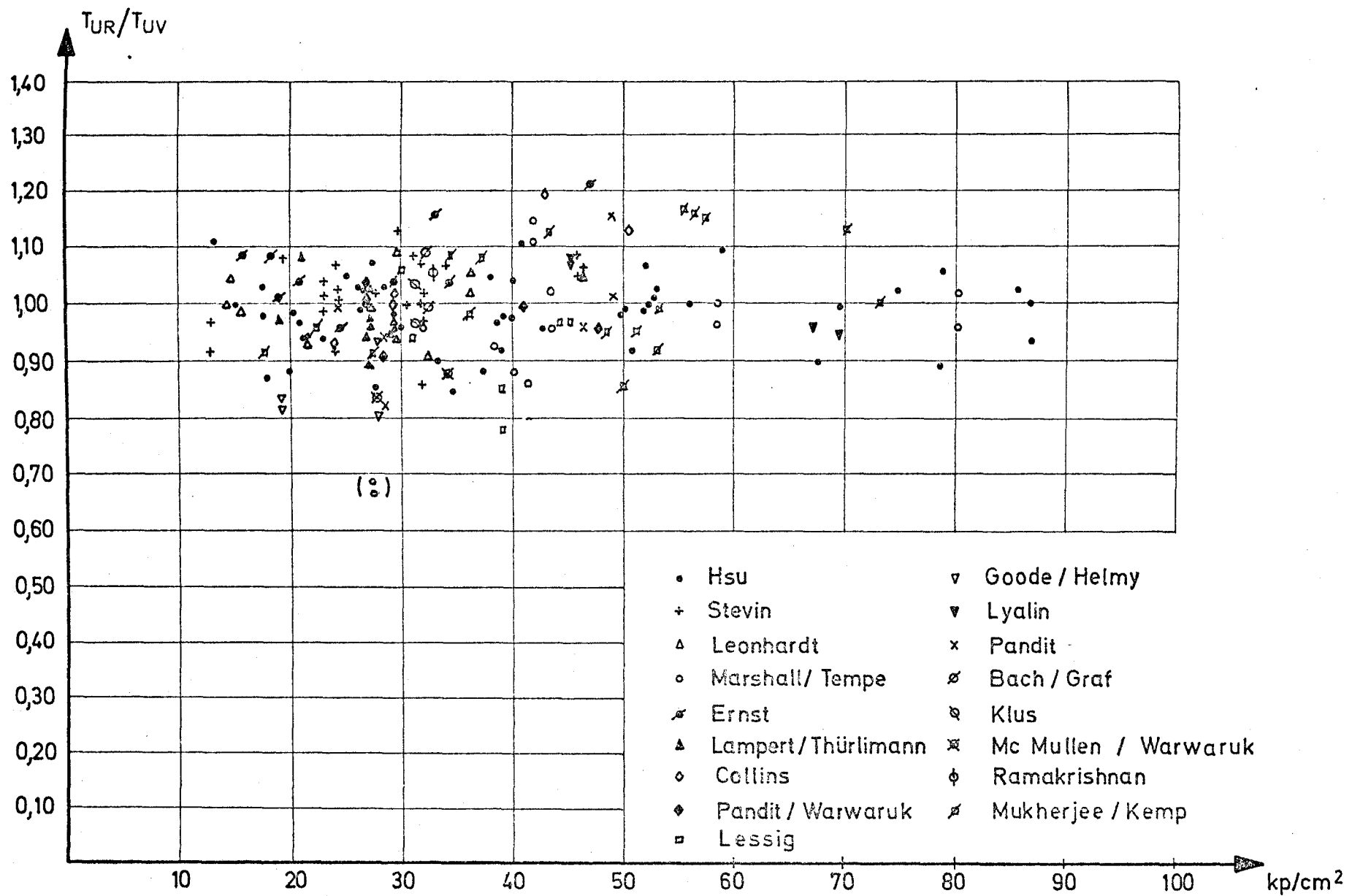


Bild 7.  $T_{UR}/T_{UV}$  in Abhängigkeit vom  $\bar{p}_T = \sqrt{\mu_L \cdot \mu_B \cdot \beta_{SL} \cdot \beta_{SB}}$

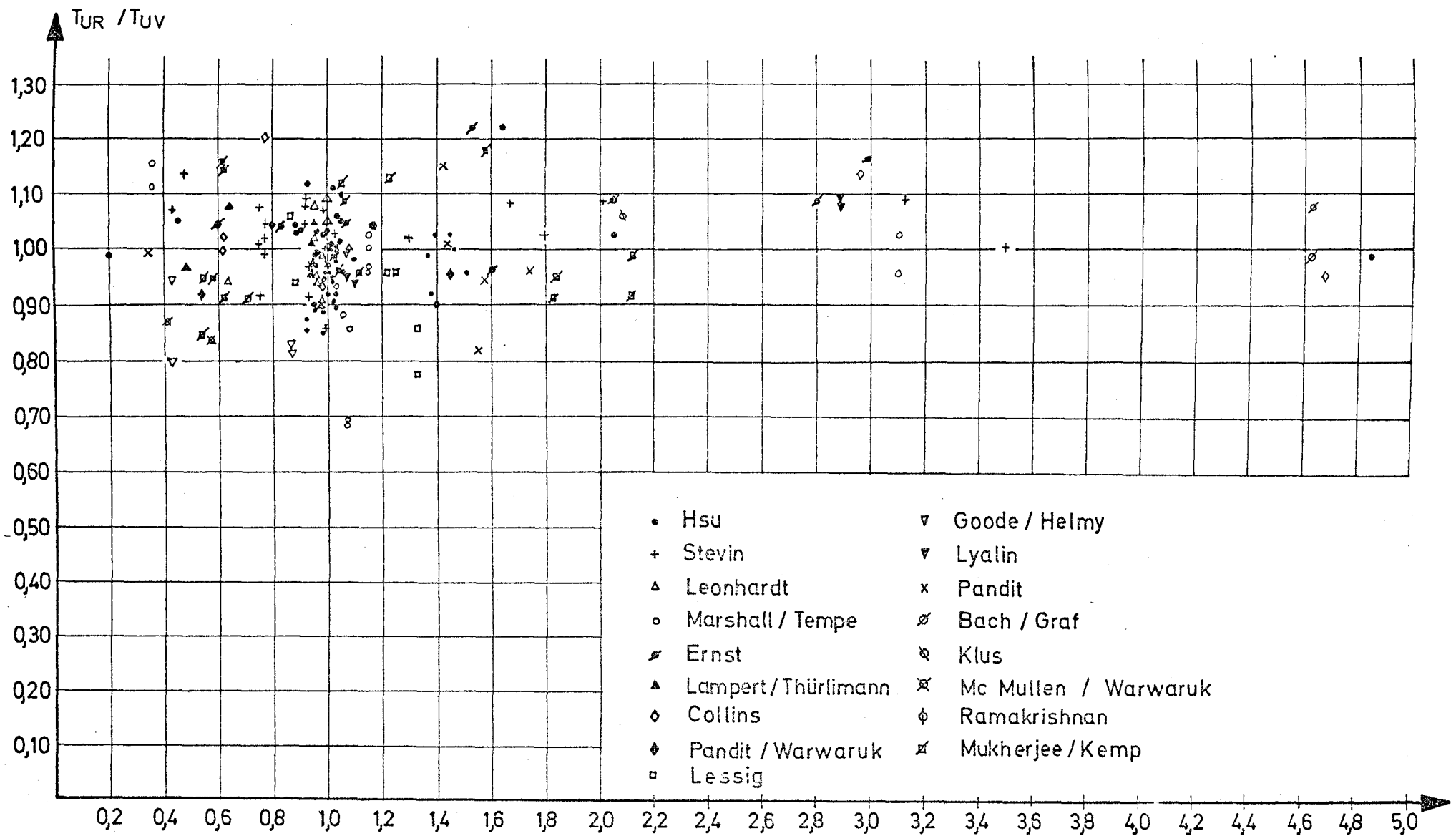


Bild 8.  $T_{UR} / T_{UV}$  in Abhängigkeit vom Bewehrungsverhältnis  $m$

$$m = \frac{\mu_L \beta_{SL}}{\mu_B \beta_{SB}}$$

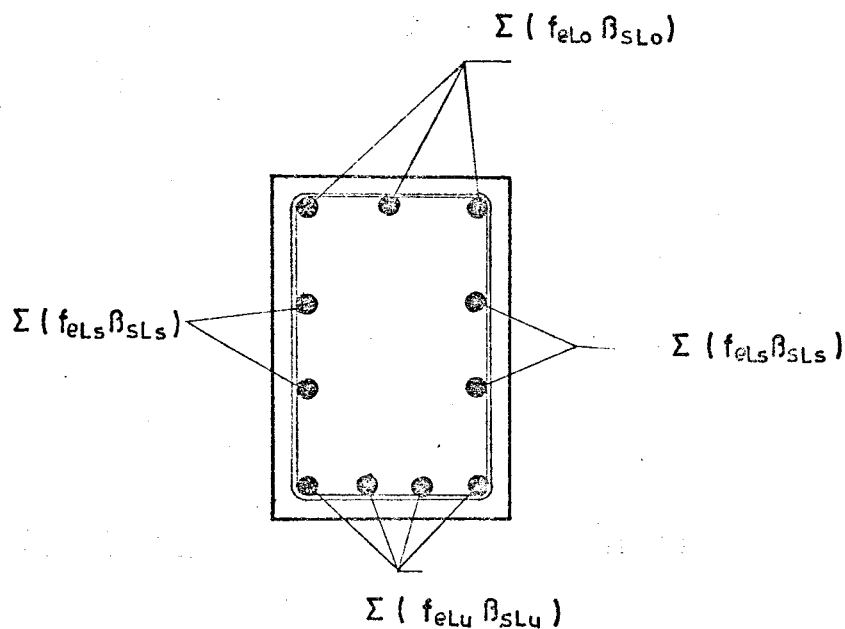


Bild 9. Bestimmung des Längsbewehrungsgrades bei unsymmetrischer Anordnung von Längsstäben

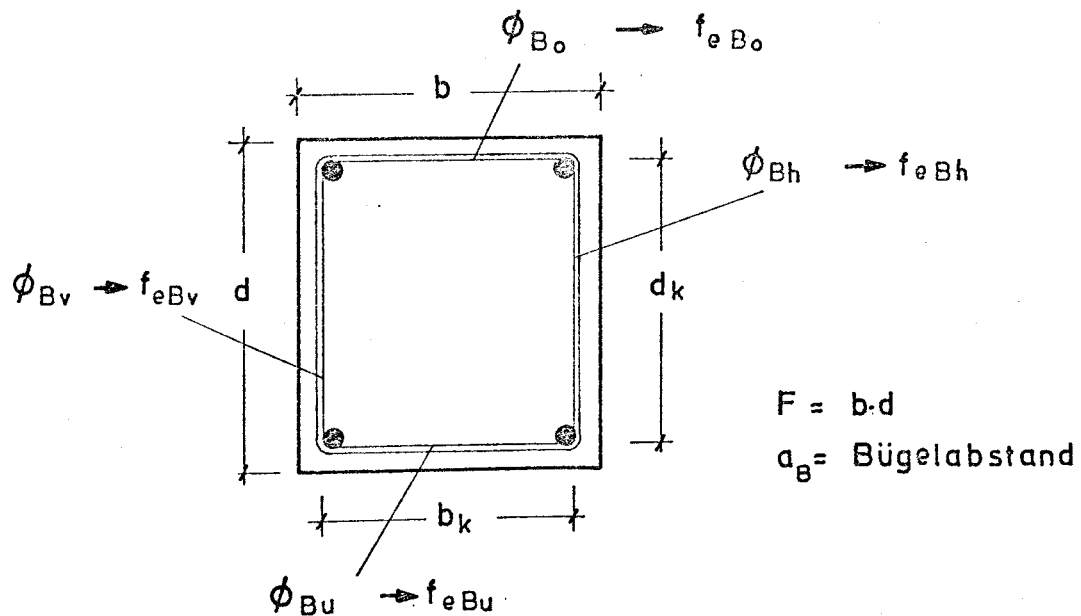


Bild 10. Bestimmung des Bügelbewehrungsgrades bei unterschiedlichem Bügeldurchmesser



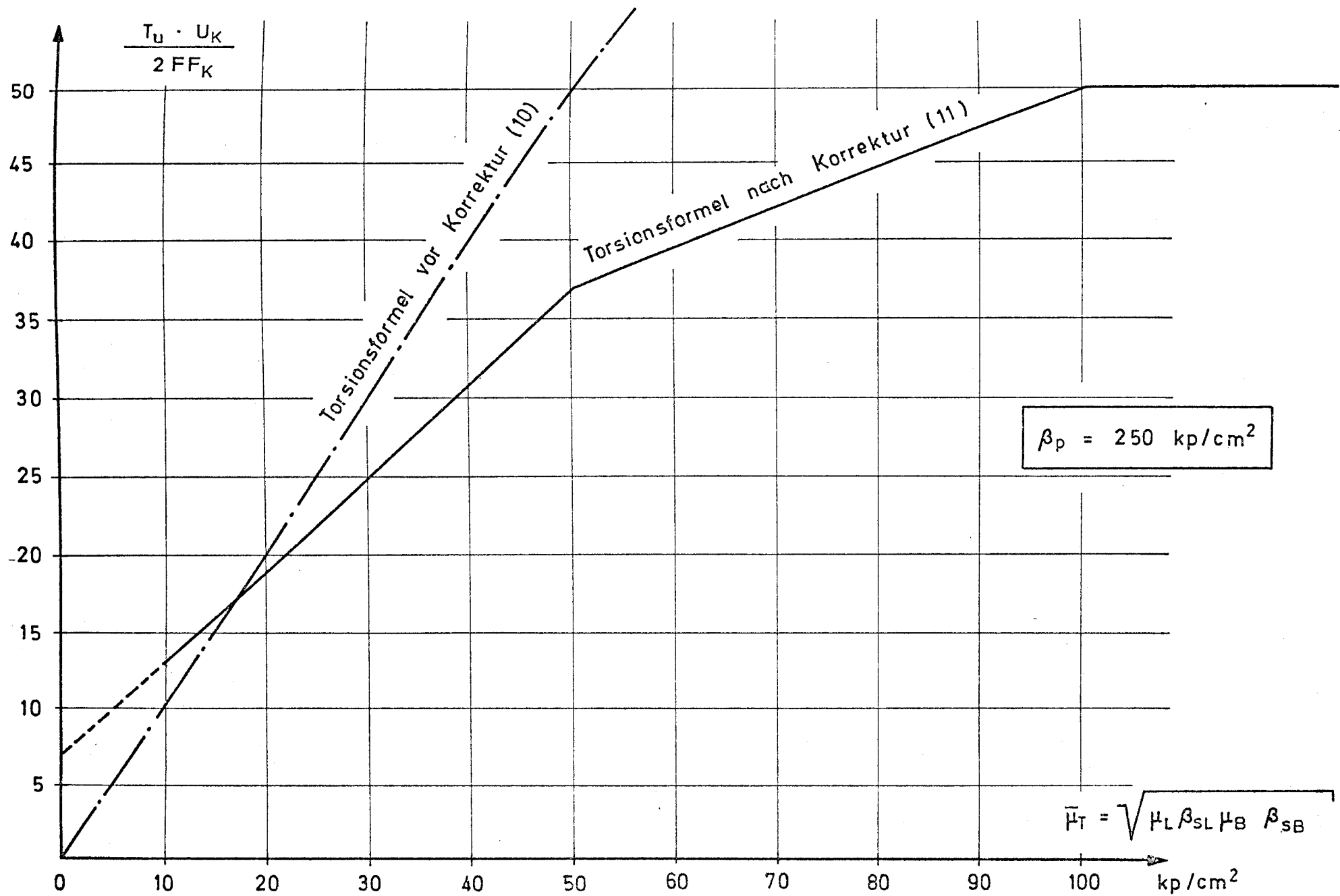


Bild 11. Vergleich der korrigierten Torsionsformel (11) mit der theoretischen Formel (10)

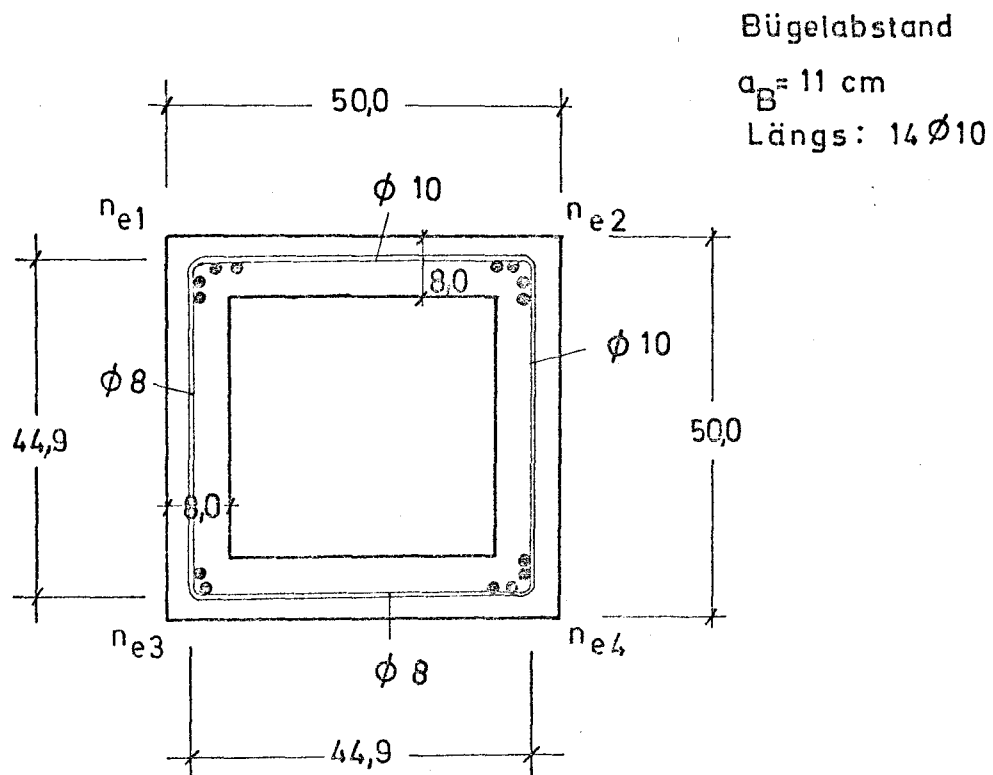
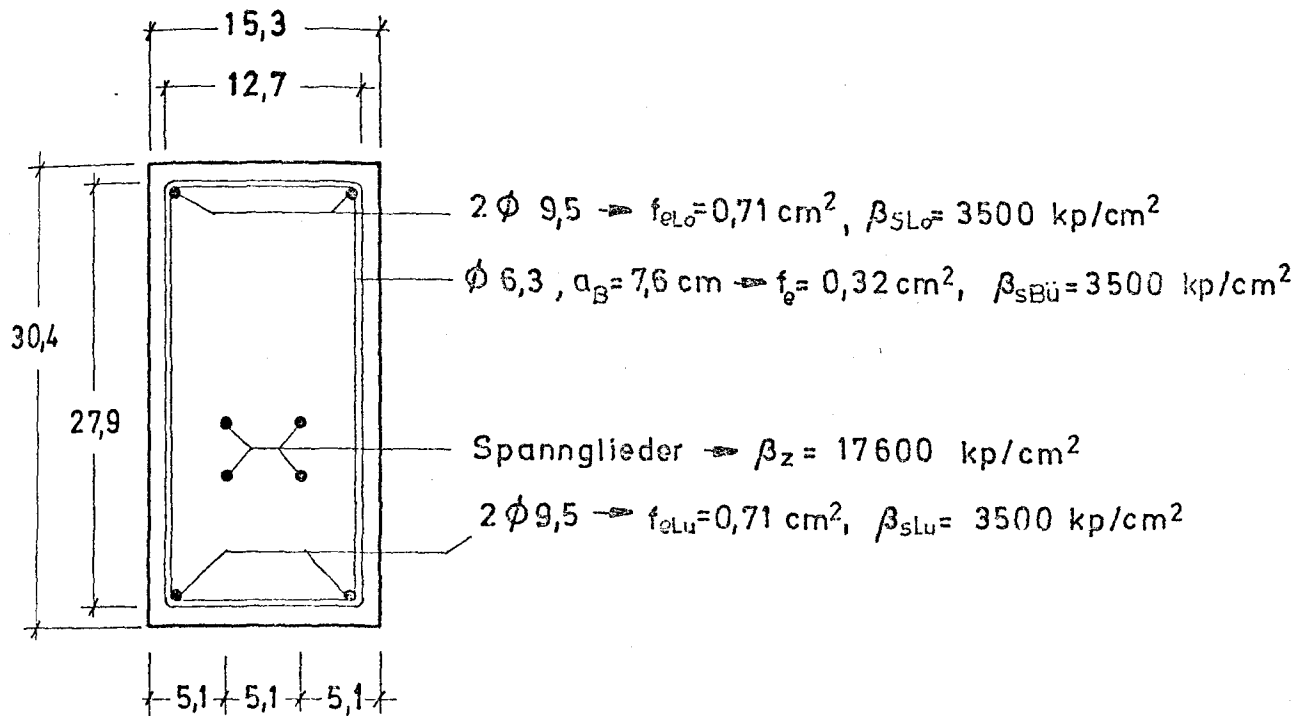


Bild 12 Bewehrung des Versuchsbalkens T 8 nach  
 Lampert / Thürlimann [12]



Versuchsbalken A 106 :

Spannglieder :  $4 \phi 5/16''$  (4 Litzen, je mit 7 Drähten)

$$\Rightarrow \Sigma f_{Sp} = 4 \cdot 0,375 = 1,50 \text{ cm}^2$$

$$\text{Exzentrizität } e = 0, \quad \sigma_{bvm} = 31,6 \text{ kp/cm}^2$$

$$\beta_p = 360 \text{ kp/cm}^2$$

Versuchsbalken B 126 :

Spannglieder :  $4 \phi 5/16'' \Rightarrow \Sigma f_{Sp} = 1,50 \text{ cm}^2$

$$e = 5,05 \text{ cm}, \quad \sigma_{bvm} = 35,8 \text{ kp/cm}^2$$

$$\beta_p = 384 \text{ kp/cm}^2$$

Versuchsbalken C 206 :

Spannglieder :  $4 \phi 1/2''$  (4 Litzen, je mit 7 Drähten)

$$\Rightarrow \Sigma f_{Sp} = 4 \cdot 0,927 = 3,71 \text{ cm}^2$$

$$\text{Exzentrizität } e = 0, \quad \sigma_{bvm} = 83,3 \text{ kp/cm}^2$$

$$\beta_p = 400 \text{ kp/cm}^2$$

Versuchsbalken D 226 :

Spannglieder :  $4 \phi 1/2'' \Rightarrow \Sigma f_{Sp} = 3,71 \text{ cm}^2$

$$e = 5,05 \text{ cm}, \quad \sigma_{bvm} = 82,7 \text{ kp/cm}^2$$

$$\beta_p = 397 \text{ kp/cm}^2$$

Bild 13. Beschreibung der Versuchsbalken von Mukherjee und Warwaruk

Versuche an Spannbetonbalken unter reiner Torsionsbeanspruchung

| Verfasser                    | Bezeichn. | $b$  | $d$  | $b''$ | $d''$ | $b_L$ | $d_L$ | $F_{eo}$        | $F_{eu}$        | $\beta_{sLo}$      | $\beta_{sLu}$      | $\phi_{Bü.}$ | $F_{eBü}$       | $\beta_{sBü}$      | $a_{Bü}$ | $F_{sp}$        | $\beta_{sp}$       | $e_{sp}$ | $G_{vo}$           | $G_{vu}$           | $\beta_p$          | $T_v$  |
|------------------------------|-----------|------|------|-------|-------|-------|-------|-----------------|-----------------|--------------------|--------------------|--------------|-----------------|--------------------|----------|-----------------|--------------------|----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------|
| -                            | -         | cm   | cm   | cm    | cm    | cm    | cm    | cm <sup>2</sup> | cm <sup>2</sup> | kp/cm <sup>2</sup> | kp/cm <sup>2</sup> | mm           | cm <sup>2</sup> | kp/cm <sup>2</sup> | cm       | cm <sup>2</sup> | kp/cm <sup>2</sup> | cm       | kp/cm <sup>2</sup> | kp/cm <sup>2</sup> | kp/cm <sup>2</sup> | Mpcm   |
| Mukherjee/Warwa.             | A 106     | 15,3 | 30,4 | 12,7  | 27,9  | 11,1  | 26,6  | 0,71            | 0,71            | 3500               | 3500               | 6,3          | 0,32            | 3500               | 7,6      | 1,50            | 17600              | 0,00     | 31,6               | 31,6               | 360                | 162,5  |
| Mukherjee/Warwa.             | B 126     | 15,3 | 30,4 | 12,7  | 27,9  | 11,1  | 26,6  | 0,71            | 0,71            | 3500               | 3500               | 6,3          | 0,32            | 3500               | 7,6      | 1,50            | 17600              | 5,05     | 0,0                | 63,2               | 384                | 170,5  |
| Mukherjee/Warwa.             | C 206     | 15,3 | 30,4 | 12,7  | 27,9  | 11,1  | 26,6  | 0,71            | 0,71            | 3500               | 3500               | 6,3          | 0,32            | 3500               | 7,6      | 3,71            | 17600              | 0,00     | 83,3               | 83,3               | 400                | 169,5  |
| Mukherjee/Warwa.             | D 226     | 15,3 | 30,4 | 12,7  | 27,9  | 11,1  | 26,6  | 0,71            | 0,71            | 3500               | 3500               | 6,3          | 0,32            | 3500               | 7,6      | 3,71            | 17600              | 5,05     | 0,0                | 165,4              | 397                | 176,5  |
| Evans/Khalil                 | EWT 1     | 12,7 | 20,3 | 9,1   | 16,7  | 7,8   | 15,4  | 0,64            | 0,32            | 2770               | 2770               | 6,3          | 0,32            | 2770               | 10,2     | 1,54            | 14400              | 3,85     | 0,0                | 126,0              | 431                | 56,9   |
| Evans/Khalil                 | EWT 2     | 12,7 | 20,3 | 9,1   | 16,7  | 7,8   | 15,4  | 0,64            | 0,32            | 2770               | 2770               | 6,3          | 0,32            | 2770               | 6,3      | 1,54            | 14400              | 3,85     | 0,0                | 126,0              | 401                | 61,8   |
| Lampert/Lüchinger/Thürlimann | T 9       | 50,0 | 50,0 | 44,9  | 44,9  | 42,9  | 42,9  | 0,79            | 0,79            | 5230               | 5230               | 10,0         | 0,79            | 5230               | 11,0     | 3,83            | 16120              | 0,00     | 19,1               | 19,1               | 233                | 1395,0 |

## T e i l   I I

Tragfähigkeit schlaffbewehrter und vorgespannter Betonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung und Torsion.

### 1. Einleitung

Die Tragfähigkeit schlaffbewehrter und vorgespannter Betonbalken unter reiner Torsionsbeanspruchung kann nach den in Teil I angegebenen Formeln zutreffend ermittelt werden. Theoretische Formeln für die Berechnung des Bruchwiderstandes schlaffbewehrter Betonstäbe unter kombinierter Beanspruchung  $T$  und  $M$  wurden ebenfalls abgeleitet.

Im Rahmen dieser Arbeit werden wir uns zuerst mit den Interaktionsgleichungen befassen, die das Tragverhalten von Stahlbetonbalken unter  $T + M$  beschreiben.

Die Interaktionsgleichungen lassen sich in Abhängigkeit von der reinen Biegetragfähigkeit  $M_0$  und der reinen Torsionstragfähigkeit  $T_0$  ausdrücken. Da wir schon in Teil I festgestellt haben, daß die theoretische Formel für  $T_0$  in den meisten Fällen die Versuchserfahrung nicht zu erklären vermag, so liegt es nahe, statt der theoretischen Ausdrücke die wahren Größen für  $T_0$  und  $M_0$  in die Interaktionsgleichungen einzuführen. Hierbei müssen alle möglichen Bruchscheme behandelt werden (s. Bild 1.1 - 1.3)

In Abschnitt 3 findet man fertige Formeln für  $T_0$  und  $M_0$ . Abschnitt 4 der vorliegenden Arbeit befaßt sich mit der guten Übereinstimmung der hier angegebenen Gleichungen mit den Versuchsergebnissen. Der Einfluß der Vorspannung auf die Tragfähigkeit schlaffbewehrter Betonbalken unter  $T + M$  wird in Abschnitt 5 näher untersucht.

## 2. Interaktionsgleichungen

In Teil 1 haben wir für das Bruchschema I folgende Gleichgewichtsbedingungen (vgl. Gl. (3) und (4) in Teil 1) hergeleitet:

$$T_u = 2 b_k d_k f_{eB} \beta_{SB} \cot \alpha / a_B \quad (1)$$

und

$$M_u = 2 f_{eLu} \beta_{SLu} d_k - f_{eB} \beta_{SB} \left( \frac{b_k + d_k}{a_B} \right) d_k \cot^2 \alpha \quad (2)$$

Aus Gl. (1) ergibt sich  $\cot \alpha$  zu

$$\cot \alpha = T_u \cdot a_B / (2 b_k d_k f_{eB} \beta_{SB}) \quad (3)$$

Setzt man Gl. (3) in (2) ein, so nimmt Gl. (2) folgende Form an:

$$M_{u1} = 2 f_{eLu} \beta_{SLu} d_k - T_{u1}^2 \frac{(b_k + d_k)}{4 b_k^2 d_k} \frac{a_B}{f_{eB} \beta_{SB}} \quad (4)$$

$M_{u1}$  und  $T_{u1}$  sind die Bruchschnittgrößen eines Stahlbetonbalkens unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung und Torsion, wenn das Bruchschema I (Drehachse reiner Biegung) angenommen wird (Bild 1.1). Für Bruchschema II und III (vgl. Bild 1.2 und 1.3) erhält man analog:

$$0 = (f_{eLu} \beta_{SLu} + f_{eLo} \beta_{SLo}) b_k - T_{u2}^2 \frac{(b_k + d_k)}{4 d_k^2 b_k} \cdot \frac{a_B}{f_{eB} \beta_{SB}} \quad (5)$$

$$M_{u3} = - 2 f_{eLo} \beta_{SLo} d_k - T_{u3}^2 \frac{(b_k + d_k)}{4 b_k^2 d_k} \cdot \frac{a_B}{f_{eB} \beta_{SB}} \quad (6)$$

Die reine Biege- bzw. Torsionstragfähigkeit kann ebenfalls aus Gl. (4) bis (6) gewonnen werden, wenn die andere Beanspruchungsart gleich Null angesetzt wird.

Bruchschema I:

$$M_{01} = 2 f_{eLu} \beta_{SLu} d_k \quad (7)$$

$$T_{01} = 2 b_k d_k \sqrt{\frac{4 f_{eLu} \beta_{SLu}}{2(b_k + d_k)} \cdot \frac{f_{eB} \beta_{SB}}{a_B}} \quad (8)$$

Bruchschema II

$$T_{02} = 2 b_k d_k \sqrt{\frac{2(f_{eLu} \beta_{SLu} + f_{eLo} \beta_{SLo})}{2(b_k + d_k)} \cdot \frac{f_{eB} \beta_{SB}}{a_B}} \quad (9)$$

Bruchschema III:

$$M_{03} = -2 f_{eLo} \beta_{SLo} d_k \quad (10)$$

$$T_{03} = 2 b_k d_k \sqrt{\frac{4 f_{eLo} \beta_{SLo}}{2(b_k + d_k)} \cdot \frac{f_{eB} \beta_{SB}}{a_B}} \quad (11)$$

Die Wechselbeziehung zwischen Biegung und Torsion wird erhalten, wenn die Ausdrücke für  $M_{01}$  und  $T_{01}$  in Gl. (4) bzw. für  $M_{03}$  und  $T_{03}$  in Gl. (6) eingesetzt werden. Danach lautet die Interaktion Torsion - Biegung:

Bruchschema I:

$$\left( \frac{M_{u1}}{M_{01}} \right) + \left( \frac{T_{u1}}{T_{01}} \right)^2 = 1 \quad (12)$$

Bruchschema III:

$$\left( \frac{M_{u3}}{M_{o3}} \right) + \left( \frac{T_{u3}}{T_{o3}} \right)^2 = 1 \quad (13)$$

In Bild 2 ist der Verlauf der Interaktionskurven schematisch dargestellt. Es läßt sich einfach beweisen, daß die drei Kurven in einem Punkt schneiden müssen.

Setzt man eine proportionale Laststeigerung von T und M voraus, die zueinander im Verhältnis  $\lambda$  stehen, so lassen sich die Interaktionsgleichungen (12) und (13) in Abhängigkeit von  $\lambda$  folgendermaßen ausdrücken:

$$\frac{T_{u1}}{\lambda \cdot M_{o1}} + \left( \frac{T_{u1}}{T_{o1}} \right)^2 = 1 \quad (14)$$

$$\frac{T_{u3}}{\lambda \cdot M_{o3}} + \left( \frac{T_{u3}}{T_{o3}} \right)^2 = 1 \quad , \quad (15)$$

wobei  $\lambda = \frac{T}{M} = \frac{T_{u1}}{M_{u1}} = \frac{T_{u3}}{M_{u3}}$  bedeutet.

Aus Gl. (14) bzw. (15) kann das Torsionsbruchmoment  $T_{u1}$  bzw.  $T_{u3}$  bei einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung und Torsion ermittelt werden. Der kleinere Wert ( $= T_u$ ) ist maßgebend. Das zugehörige Biegebruchmoment errechnet sich aus  $M_u = T_u / \lambda$ .

In der vorliegenden Untersuchung wird der parabolische Verlauf der Interaktionskurven festgehalten (vgl. Gl. (14) und (15)), wobei die reine Biegeträgfähigkeit  $T_o$  mit ihren wahren Größen eingeführt werden und nicht etwa nach der Theorie (Gl. (7) bis (11)).



### 3. Entwicklung der Formeln für $M_o$ und $T_o$

Die reine Biegetragfähigkeit eines Stahlbetonbalkens kann nach den in DIN 1045 angegebenen Grundlagen berechnet werden. Eine derartige Berechnung ist für praktische Zwecke jedoch nicht geeignet. Auch die Bemessungsbehelfe, die z.B. im Betonkalender zusammengestellt worden sind, erleichtern die Ermittlung des Biegebruchmomentes nicht wesentlich.

Für die Bestimmung der Biegebruchmomente wurden in der vorliegenden Untersuchung die nachstehenden Näherungsformeln benutzt. Ein Vergleich mit den nach DIN 1045 berechneten Werten zeigte die gute Übereinstimmung der näherungsweise ermittelten Bruchmomente mit den DIN-Werten.

Für Bruchschema I (Zugseite unten) gilt:

$$M_{o1} = (F_{eLu} \beta_{SLu} - F_{eLo} \beta_{SLo}) h_u \left(1 - 0,52 \frac{\mu_{Lu} \beta_{SLu} - \mu_{Lo} \beta_{SLo}}{\beta_p}\right) + F_{eLo} \beta_{SLo} (h_u - h'_o) \quad (16)$$

Hierbei bedeutet:

$\beta_p$  = Prismendruckfestigkeit des Betons in  $\text{kp/cm}^2$

$\mu_{Lu} = F_{eLu} / (b \cdot h_u)$

$\mu_{Lo} = F_{eLo} / (b \cdot h_o)$

Die übrigen Bezeichnungen sind in Bild 3 erläutert.

Für Bruchschema III (Zugseite oben) gilt:

$$M_{o3} = - F_{eLo} \beta_{SLo} (h_o - h'_u) \quad (17a)$$

bzw.

$$M_{03} = - F_{eL_0} \beta_{SL_0} h_0 \left( 1 - 0,52 \frac{\mu_{L_0} \beta_{SL_0}}{\beta_p} \right) \quad (17b)$$

Für die Festlegung von  $M_{03}$  ist der kleinere Wert aus (17a) und (17b) maßgebend. Hierbei wurde vorausgesetzt, daß die untere Bewehrung stärker ist als die obere Bewehrung. Für die Berechnung der reinen Torsionstragfähigkeit wurden bereits in Teil 1 Formeln entwickelt, die auch eingehender Überprüfung an Hand zahlreicher Torsionsversuche unterzogen wurden. Es ist angebracht, diese Formeln an dieser Stelle wiederzugeben.

$$T_{0i} = \alpha_i \frac{2 F F_k}{u_k} \sqrt[3]{\beta_p / 250} \quad , \quad (18)$$

mit

$$F = b \cdot d \quad , \quad F_k = b_k \cdot d_k \quad , \quad u_k = 2(b_k + d_k) \quad .$$

Hierbei bedeutet

$$i) \text{ für } 10 \leq \bar{\mu}_{Ti} \leq 50 \text{ kp/cm}^2$$

$$\alpha_i = 7 + 0,6 \bar{\mu}_{Ti}$$

$$ii) \text{ für } 50 \leq \bar{\mu}_{Ti} \leq 100 \text{ kp/cm}^2$$

$$\alpha_i = 37 + 0,26 (\bar{\mu}_{Ti} - 50)$$

$$iii) \text{ für } \bar{\mu}_{Ti} \geq 100 \text{ kp/cm}^2$$

$$\alpha_i = 50$$

Alle Größen sind in den Dimensionen cm und kp angegeben.

Für den Torsionsbewehrungsgrad  $\bar{\mu}_{Ti}$  gilt, solange das Bewehrungsverhältnis  $m = (\mu_L \beta_{SL}) / (\mu_B \beta_{SB}) \geq 1/3$  bzw.  $\leq 3$ ,  $e^{1/2}$  ist,

$$\bar{\mu}_{Ti} = \sqrt{(\mu_L \beta_{SL})_i \cdot (\mu_B \beta_{SB})}$$

mit

$$\mu_B = (f_{eB} u_k) / (F \cdot a_B)$$

$\beta_{SB}$  = Fließgrenze der Bügelbewehrung

$$\begin{aligned} (\mu_L \beta_{SL})_i &= (\mu_L \beta_{SL})_1 \quad \text{für Bruchschema I} \\ &= 2 F_{eLu} \beta_{SLu} / F \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{bzw.} \quad &= (\mu_L \beta_{SL})_3 \quad \text{für Bruchschema III} \\ &= 2 F_{eLo} \beta_{SLo} / F \end{aligned}$$

$$\text{Ist } m < 1/3, \text{ so gilt } \bar{\mu}_{Ti} = \sqrt[3]{3} (\mu_L \beta_{SL})_i$$

$$\text{Ist } m > 3 \cdot e^{1/\lambda}, \text{ gilt } \bar{\mu}_{Ti} = \sqrt[3]{3} \mu_B \beta_{SB}$$

Setzt man Gl. (16) und (18) mit  $i = 1$  in Gl. (14) ein, so erhält man  $T_{u1}$ . Analog wird  $T_{u3}$  gewonnen, wenn Gl. (17a) bzw. (17b) und (18) mit  $i = 3$  in die Interaktionsgleichung (15) eingeführt werden. Das gesuchte Torsionsbruchmoment  $T_u$  bei gleichzeitiger Einwirkung von Biegung und Torsion ist gleich dem kleineren Wert aus  $T_{u1}$  und  $T_{u3}$ .

#### 4. Vergleich der Interaktionsgleichungen mit den Versuchsergebnissen

Die Interaktionsgleichungen (14) und (15) sollen hier unter Berücksichtigung der Ausdrücke (16) und (17) für  $M_{o1}$  und  $M_{o3}$  sowie (18) für  $T_{o1}$  und  $T_{o3}$  überprüft werden und zwar an Hand von 171 Versuchen an Stahlbetonbalken mit rechteckigen Voll- und Hohlquerschnitten. Diese Versuche sind den Versuchsberichten zahlreicher Forscher zu entnehmen. In Tabelle I sind die Literaturstellen angegeben, die zur Überprüfung der Interaktionsgleichungen dienen können. Tabelle I gibt außerdem Auskunft über den Umfang

der einzelnen Untersuchungen, ausgedrückt durch die Anzahl der brauchbaren Versuchsbalken. An dieser Stelle muß betont werden, daß alle zur Überprüfung der Gln. (14) und (15) herangezogenen Versuche in den Versuchsberichten in keiner Weise als mangelhaft dargestellt sind. Versuchsbalken, die infolge unzureichender Konstruktion versagten (z.B. infolge ungenügender Verankerung der Längsstäbe oder Bügel, zu weitem Bügelabstandes) wurden auch aus der Betrachtung ausgeschlossen.

Da in den Untersuchungsberichten keine einheitlichen Angaben über die Betonfestigkeit enthalten sind, müssen wir die an verschiedenen Prüfkörpern ermittelten Festigkeiten auf einen Nenner bringen, nämlich  $R_p$  (Prismendruckfestigkeit). Die Betonfestigkeiten, die an Zylindern ( $\emptyset 15 \times 30$  cm) oder an Würfeln von 15 bzw. 20 cm Kantenlänge ermittelt wurden, sind mit den nachstehenden Faktoren umgerechnet worden.

$$R_{\text{zyl}} = R_p ; R_{w15} \approx R_{w20} = R_p / 0,85.$$

Für jeden der 171 Versuche wurde das Verhältnis  $q_i$  von dem rechnerischen Torsionsbruchmoment  $T_{UR}$  nach Gl. (14) bzw. (15) und dem im Versuch ermittelten Torsionsbruchmoment  $T_{UV}$  gebildet.

Der Mittelwert  $q_m$  beträgt

$$\bar{q}_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n q_i = 0,87$$

mit einer Standardabweichung

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^n (q_i - \bar{q}_m)^2 / (n-1)} = 10,5 \% ,$$

die bei Stahlbetonversuchen recht niedrig ist.

Einen guten Überblick über die Form der Verteilung von  $q_i$  vermittelt die unter dem Namen Histogramm bekannte graphische Darstellung, bei der die Häufigkeit über den Klassenmitten  $q_i$

in Form aneinander gesetzter Rechtecke aufgetragen wird (Bild 4).

Bild 4 zeigt außerdem, daß der Rechenwert  $T_{UR}$  der meisten Versuche (ca. 93 % aller Versuche) unter dem zugehörigen Versuchswert  $T_{UV}$  liegt. Daraus kann die Schlußfolgerung gezogen werden, daß die parabelförmige Interaktionskurve die untere Grenze der Tragfähigkeit unter kombinierter Beanspruchung aus T und M darstellt. Die kreisförmige Interaktionskurve liefert eine bessere Übereinstimmung der Rechnung mit den Versuchen, wobei  $q_m = 0,96$  beträgt. Man bleibt auf der sicheren Seite, wenn eine parabelförmige Interaktionskurve vorausgesetzt wird. Es ist anzunehmen, daß die Form der Interaktionskurve von verschiedenen Faktoren abhängt, z.B. Torsionsbewehrungsgrad  $\bar{\mu}_T$ , Bewehrungsverhältnis  $m$ , Betonfestigkeit  $\beta_p$ , Seitenverhältnis  $b/d$ .

Abschließend sei erwähnt, daß die Einflußgrößen der herangezogenen Versuchsbalken folgende Streuungen aufweisen:

|                                                            |                                 |
|------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| Betongüte $\beta_p$                                        | von 50 bis 480 $\text{kp/cm}^2$ |
| Längsbewehrungsgrad $\bar{u}_L$                            | von 22 bis 112 "                |
| Bügelbewehrungsgrad $\bar{\mu}_B$                          | von 11 bis 71 "                 |
| Torsionsbewehrungsgrad $\bar{\mu}_T$                       | von 13 bis 35 "                 |
| Bewehrungsverhältnis $m$                                   | von 0,4 bis 7,8                 |
| Verhältnis $(F_{eLo} \beta_{SLo}) / (F_{eLu} \beta_{SLu})$ | von 0,08 bis 1,00               |
| Balkenbreite $b$                                           | von 10 bis 60 cm                |
| Balkenhöhe $d$                                             | von 20 bis 50 cm                |
| Seitenverhältnis $b/d$                                     | von 0,5 bis 2,0                 |
| Verhältnis $\lambda = T/M$                                 | von 0,04 bis 7,1                |

## 5. Einfluß der Vorspannung

Aus der Untersuchung an Spannbetonbalken unter reiner Torsion ging hervor, daß die Torsionstragfähigkeit solcher Balken durch

Einführung des sogenannten Vorspannbeiwertes  $\gamma_v =$   
 $= \sqrt{1 + 10 \sigma_{bv} / \beta_p}$  zutreffend ermittelt werden kann. Hierbei  
 bedeutet  $\sigma_{bv}$  die im Betonquerschnitt vorhandene Vorspannung  
 in  $\text{kp/cm}^2$ .

Gl. (18) nimmt danach folgende Form an:

$$T_{oi} = \alpha_i \frac{2 F F_K}{u_K} \sqrt[3]{\frac{\gamma_v \beta_p}{250}} \quad (19)$$

wobei  $\alpha_i$  die gleiche Bedeutung hat, wie in Gl. (18).  
 Für  $\sigma_{bv}$  wird derjenige Wert angesetzt, der in der Mitte der  
 Druckzone vorhanden ist. Die Druckzone bildet sich auf der  
 Querschnittsseite aus, die parallel zur infrage kommenden  
 Drehachse verläuft und ihr am nächsten gelegen ist. (siehe  
 Bild 1.1 - 1.3).

Bei der Ermittlung des Längsbewehrungsgrades  $(u_L \beta_{SL})_i$  ist  
 neben der Schlauffbewehrung noch die Fließkraft der Spanngleider  
 zu berücksichtigen.

Für Bruchschema I gilt (s. Bild 5):

$$(u_L \beta_{SL})_1 = (2 F_{eLu} \beta_{SLu} + 2 F_{sp} \beta_z \frac{0,5 d_L + e_{sp}}{d_L}) / F$$

und für Bruchschema III:

$$(u_L \beta_{SL})_3 = (2 F_{eLo} \beta_{SLo} + 2 F_{sp} \beta_z \frac{0,5 d_L - e_{sp}}{d_L}) / F$$

Die Formeln (16) und (17) zur Bestimmung der Biegetragfähig-  
 keit müssen entsprechend erweitert werden, damit der Einfluß  
 der Spannglieder auf die Tragfähigkeit berücksichtigt werden  
 kann.

Die erweiterten Formeln lauten dann:

$$M_{01} = (F_{Lu} \beta_{SLu} - F_{Lo} \beta_{SLo}) h_u \left(1 - 0,52 \frac{\mu_{Lu} \beta_{SLu} - \mu_{Lo} \beta_{SLo}}{\beta_p}\right) + F_{Lo} \beta_{SLo} (h_u - h'_0) + F_{sp} \beta_z \left(0,5 d + e_{sp}\right) \chi \chi \left(1 - 0,52 \frac{\mu_{sp} \beta_z}{\beta_p}\right) \quad (19)$$

$$M_{03} = -F_{Lo} \beta_{SLo} (h'_0 - h_u) - F_{sp} \beta_z \left(\frac{d}{2} - e_{sp}\right) \quad \text{bzw.} \quad (20a)$$

$$M_{03} = -F_{Lo} \beta_{SLo} h_0 \left(1 - 0,52 \frac{\mu_{Lo} \beta_{SLo}}{\beta_p}\right) - F_{sp} \beta_z \left(\frac{d}{2} - e_{sp}\right) \left(1 - 0,52 \frac{\mu'_{sp} \beta_z}{\beta_p}\right) \quad (20b)$$

Für die Festlegung von  $M_{03}$  ist der kleinere Wert aus (20a) und (20b) maßgebend.

Hierbei bedeutet (Bild 5) :

$$\mu_{sp} = \frac{F_{sp}}{b \cdot (0,5 d + e_{sp})}$$

$$\mu'_{sp} = \frac{F_{sp}}{b \cdot (0,5 d - e_{sp})}$$

$F_{sp}$  = Querschnittsfläche der Spannglieder

$\beta_z$  = Streckgrenze des Spannstahls

$e_{sp}$  = Exzentrizität der Resultierenden der Spannglieder.

Die Wechselbeziehung nach Gl. (14) bzw. nach Gl. (15) wird auch verwendet für die Berechnung der Tragfähigkeit von Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion und Biegung. Zur Überprüfung der in diesem Abschnitt angegebenen Formeln konnten nur 33 brauchbare Versuche an Spannbetonbalken mit Schlaffbewehrung unter T und M herangezogen werden [16, 17, 18]. Der Mittelwert des  $T_{UR}/T_{UV}$  - Verhältnisses beträgt für die nachgerechneten Versuche 0,92. Die Standardabweichung S beträgt nur 10,1 %. Dieses Ergebnis zeigt, daß die Tragfähigkeit schlaffbewehrter Spannbetonbalken an Hand der hier angegebenen Formeln zutreffend ermittelt werden kann.

#### 6. Zusammenfassung

Mit Hilfe der theoretisch abgeleiteten Interaktionskurve nach Gl. (14) bzw. (15) und unter Berücksichtigung der wahren Größen für die reine Biegetragfähigkeit  $M_0$  nach Gl. (16) und (17) und die Torsionstragfähigkeit  $T_0$  nach Gl. (18) kann der Bruchwiderstand schlaffbewehrter Betonstäbe unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung und Torsion zutreffend bestimmt werden.

Die Nachrechnung von 171 Versuchsbalken unter T + M liefern folgende statistischen Größen:

Mittelwert  $q_m = 0,87$  (auf der sicheren Seite)

Standardabweichung = 10,5 % !

Wie bei reiner Torsion kann der Einfluß der Vorspannung auf die Tragfähigkeit durch Erweiterung der für schlaffbewehrte Bauteile gültigen Formeln zutreffend berücksichtigt werden.



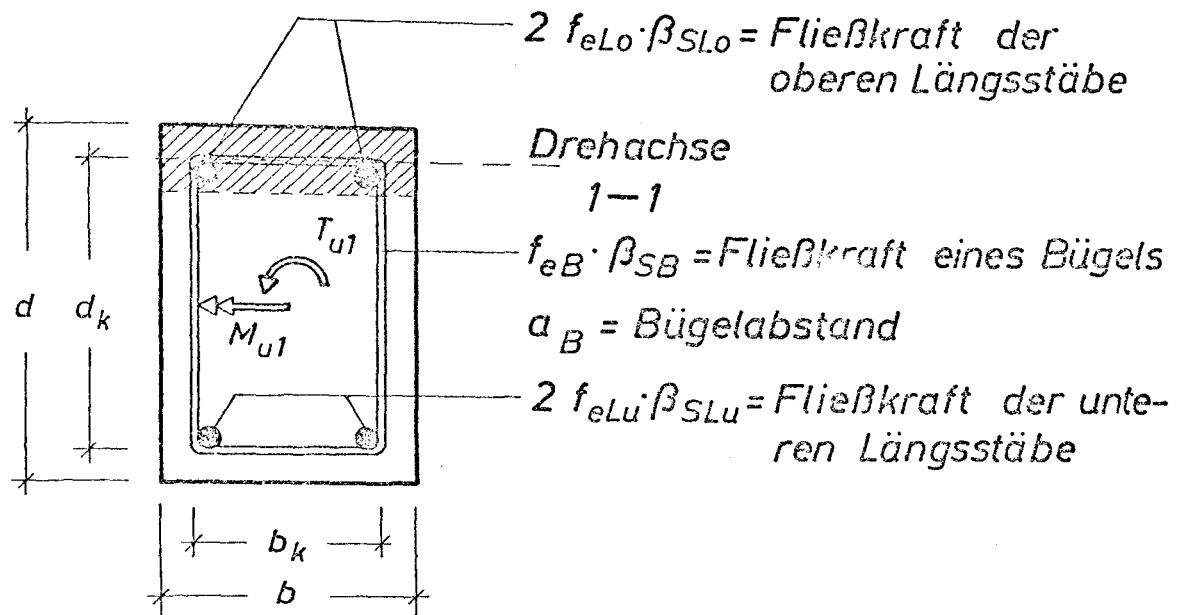
Tabelle I: Zusammenstellung der Versuchsberichte

| Verfasser          | Jahr-<br>gang | Literatur-<br>stelle | Anzahl der brauch-<br>baren Versuche |
|--------------------|---------------|----------------------|--------------------------------------|
| Chinenkov          | 1959          | [ 1]                 | 11                                   |
| Beyer              | 1969          | [ 2]                 | 12                                   |
| Lessig             | 1961          | [ 3]                 | 4                                    |
| Gesund u.a.        | 1964          | [ 4]                 | 12                                   |
| Pandit/Warwaruk    | 1968          | [ 5]                 | 10                                   |
| Mc Mullen/Warwaruk | 1969          | [ 6]                 | 4                                    |
| Mc Mullen/Warwaruk | 1970          | [ 7]                 | 5                                    |
| Kemp               | 1968          | [ 8]                 | 8                                    |
| Goode/Helmy        | 1968          | [ 9]                 | 30                                   |
| Iyengar/Rangan     | 1968          | [10]                 | 21                                   |
| Collins u.a.       | 1968          | [11]                 | 17                                   |
| Lampert/Thürlimann | 1969          | [12]                 | 7                                    |
| Evans/Sarkar       | 1965          | [13]                 | 12                                   |
| Elfgren            | 1972          | [14]                 | 9                                    |
| Kordina            |               | [15]                 | 9                                    |
| Summe              |               |                      | 171                                  |

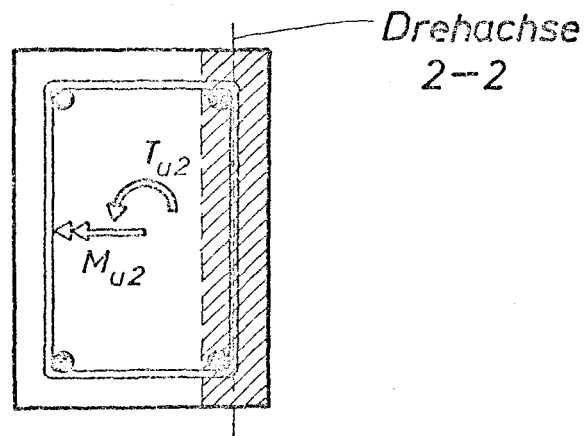
Schrifttum

- [1] Chinenkov, Yu. V. Study of the behavior of reinforced concrete elements in combined flexure and torsion.  
Institut Betona i Zhelezobetona, Moscow, Trudy, Nr. 5 1959, S. 29 - 53.
- [2] Beyer, W. Das Verhalten von Stahlbetonbalken mit Rechteckquerschnitt bei Biegetorsion.  
Wissenschaftliche Zeitschrift der TU Dresden, Bd. 18, 1969, H. 3, S. 773-778.
- [3] Lessig, N. Investigation of the cases of failure due to crushing of the concrete of rectangular reinforced concrete elements subjected to combined bending and torsion.  
Institut Betona i Zhelezobetona, Moscow, Trudy Nr. 23, 1961, S. 229-271.
- [4] Gesund, H./Schuette, F./  
Buchanan, G./Gray, G. Ultimate Strength in combined Bending and Torsion of Concrete Beams Containing Both Longitudinal and Transverse Reinforcement.  
Journal of ACI, Proc. V 61, Dez. 1964, S. 1509-1521.
- [5] Pandit, G./  
Warwaruk, J. Reinforced Concrete Beams in Combined Bending and Torsion - Torsion of Structural Concrete.  
ACI-Publication SP - 19, 1968, S. 133-163.
- [6] Mc Mullen, A./  
Warwaruk, J. Additional Remarks in the Discussion of the Paper by Pandit/Warwaruk.  
Journal of ACI, April 1969, S. 319-322.
- [7] Mc Mullen, A./  
Warwaruk, J. Concrete Beams in Bending, Torsion and Shear.  
Journal of the Structural Division, Proc. of ASCE, ST 5, Mai 1970, S. 885-903.
- [8] Kemp, E. Behavior of Concrete Members Subjected to Torsion and to Combined Torsion, Bending and Shear-Torsion of Structural Concrete.  
ACI Publication SP - 18, 1968, S. 179-201.
- [9] Goode, C./Helmy, M. Bending and Torsion of Reinforced Concrete Beams.  
Magazine of Concrete Research, Vol. 20, Nr. 64, Sept. 1968, S. 155-166.

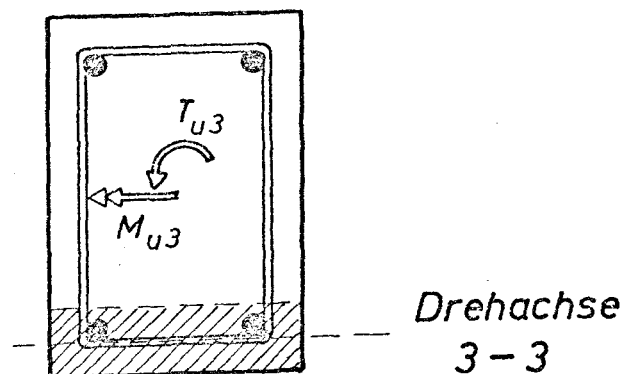
- [10] Iyengar, S.R./  
Rangan, B.V. Strength and Stiffness of Reinforced Concrete Beams under Combined Bending and Torsion - Torsion of Structural Concrete. ACI-Publication SP - 18, 1968, S. 403-440.
- [11] Collins, M.P./Walsh, P./  
Archer, F./Hall, A. Reinforced Concrete in Torsion. UNICIV-Report Nr. 31, University of New South Wales, Kensington NSW, Australien, März 1968.
- [12] Lampert P./Thürlimann, B. Torsions-Biege-Versuche an Stahlbetonbalken Bericht Nr. 6506-3, Institut für Baustatik, ETH, Zürich, Jan. 1969
- [13] Evans, R.H./Sarkar, S. A method of ultimate strength in combined bending and torsion. The Structural Engineer, Vol. 43, Nr. 10, Oktober 1965, S. 337 - 344.
- [14] Elfgrén, L.. Reinforced Concrete Beams Loaded in Combined Torsion, Bending and Shear. Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Publication 71:3, 1972, Göteborg
- [15] Kordina, K. Versuche an torsionsbeanspruchten Bauteilen Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau, TU Braunschweig, Veröffentlichung in Vorbereitung.
- [16] Lampert, P. Lüchinger, P./  
Thürlimann, B. Torsionsversuche an Stahl- und Spannbetonbalken. Bericht Nr. 6506 - 4, Institut für Baustatik, ETH Zürich, Febr. 1971
- [17] Evans, R.H./  
Khalil, M.G. The Behaviour and Strength of Prestressed Concrete Rectangular Beams Subjected to Combined Bending and Torsion. The Structural Engineer, Vol. 48, Nr. 2, Febr. 1970, S. 59 - 73.
- [18] Mukherjee, P./  
Warwaruk, J. Torsion, Bending and Shear in Prestressed Concrete. Journal of the Structural Division, Proc. of ASCE, ST 4, April 1971, S. 1063 - 1079.



**Bild 1.1 Bruchschema I**



**Bild 1.2 Bruchschema II**



**Bild 1.3 Bruchschema III**

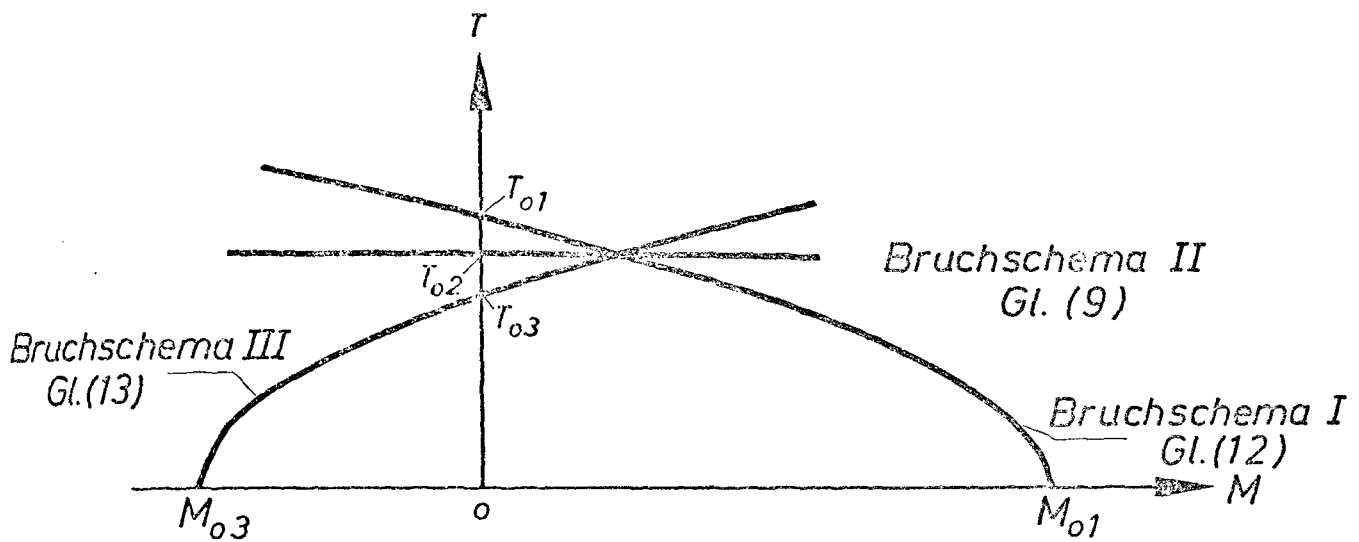


Bild 2 Interaktionsdiagramm für Bruchschema I, II und III

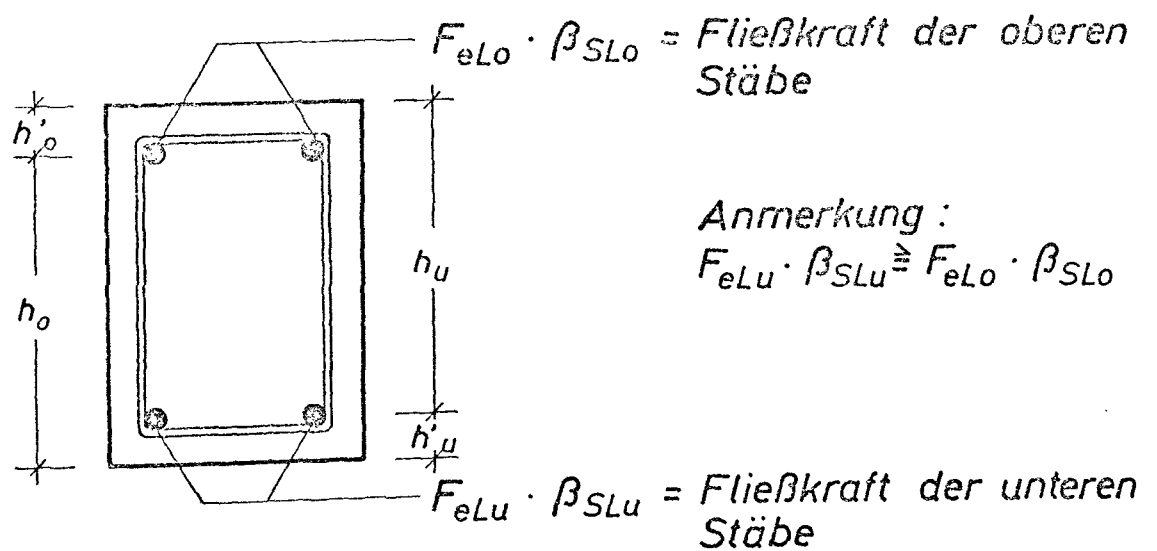


Bild 3 Querschnittsbezeichnung

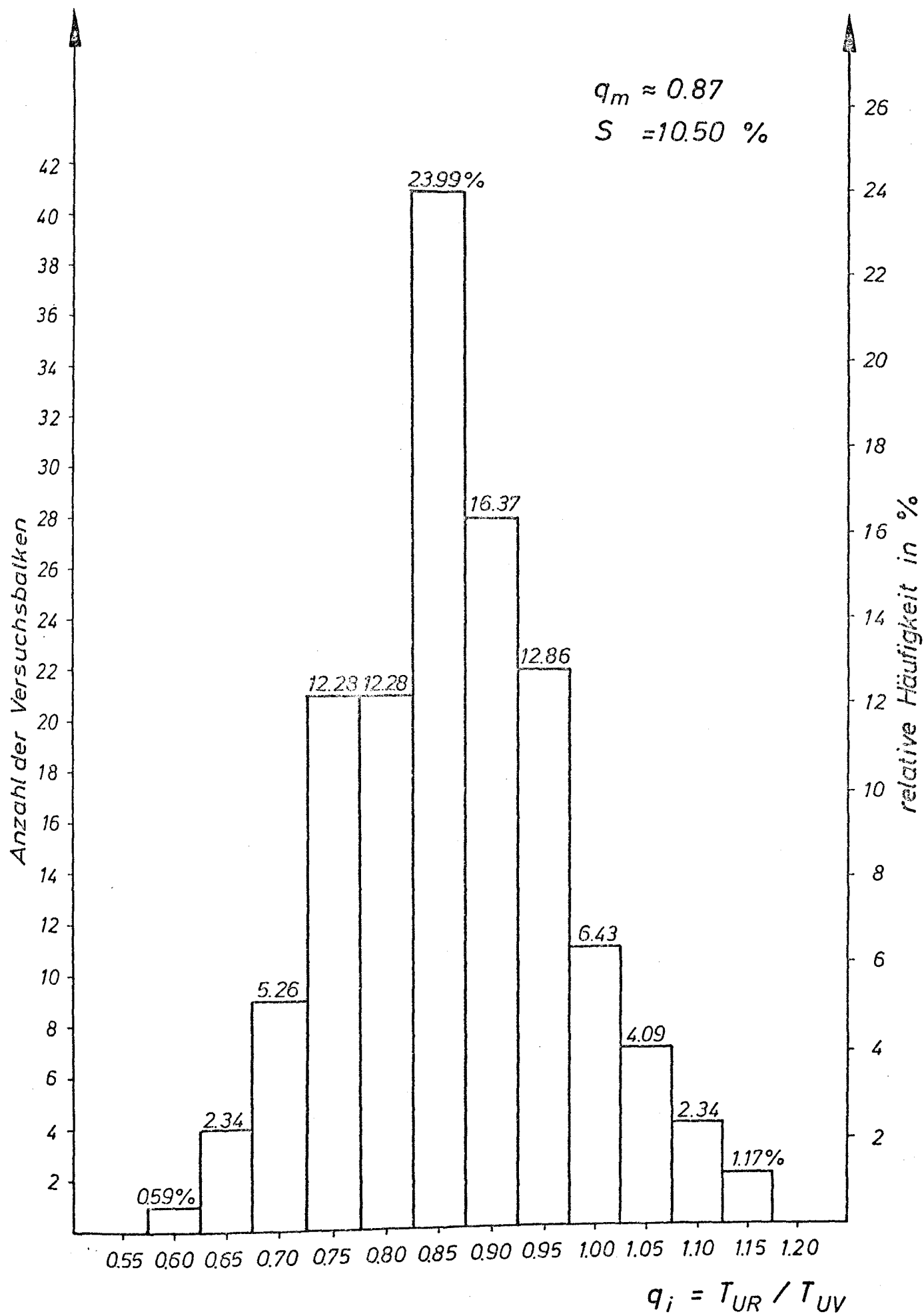
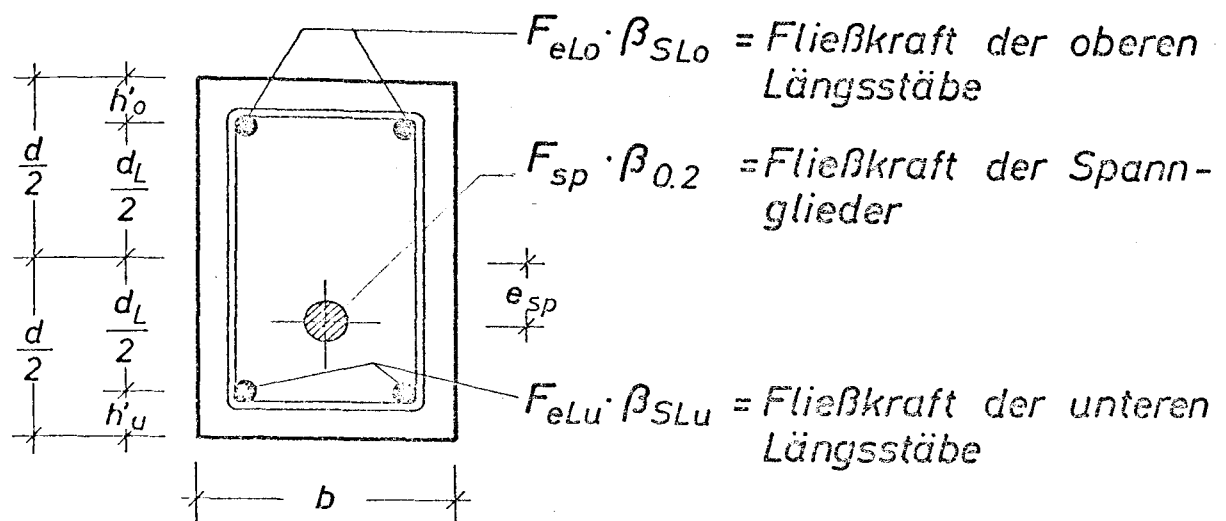


Bild 4 . Häufigkeitsverteilung von  $q_i$  für 171 Versuche



**Bild 5** Vorgespannter Querschnitt

STATISTISCHE AUSWERTUNG (Stahlbetonversuche)  
=====

ANZAHL DER VERSUCHE V = 171

SUMME DER VERHAELTNISWERTE QI = 147.92889

MITTELWERT QM = 0.86508

STANDARDABWEICHUNG S = 0.10537

VARIATIONSKOEFFIZIENT V = 0.12180

HAEUFIGKEITSVERTEILUNG VON QI  
=====

|                   |            |           |           |           |           |            |            |            |            |            |
|-------------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| TR/TV<br>VERSUCHE | 0.00<br>0  | 0.06<br>0 | 0.10<br>0 | 0.15<br>0 | 0.20<br>0 | 0.25<br>0  | 0.30<br>0  | 0.35<br>0  | 0.40<br>0  | 0.45<br>0  |
| TR/TV<br>VERSUCHE | 0.50<br>0  | 0.55<br>0 | 0.60<br>1 | 0.65<br>4 | 0.70<br>9 | 0.75<br>22 | 0.80<br>20 | 0.85<br>41 | 0.90<br>28 | 0.95<br>22 |
| TR/TV<br>VERSUCHE | 1.00<br>11 | 1.05<br>7 | 1.10<br>4 | 1.15<br>2 | 1.20<br>0 | 1.25<br>0  | 1.30<br>0  | 1.35<br>0  | 1.40<br>0  | 1.45<br>0  |
| TR/TV<br>VERSUCHE | 1.50<br>0  | 1.55<br>0 | 1.60<br>0 | 1.65<br>0 | 1.70<br>0 | 1.75<br>0  | 1.80<br>0  | 1.85<br>0  | 1.90<br>0  | 1.95<br>0  |



| V    | VERFASSEN | BEZEICHNUNG | K   | LAMDA | B/D   | ZO/ZU | MUTTO  | MUTCO  | MOT    | MOC    | TOT   | TOC   | TRT   | TRC   | TRI/TV |
|------|-----------|-------------|-----|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| ---- | -----     | -----       | --- | ----- | ---   | ----- | KP/CM2 | KP/CM2 | MP*CM  | MP*CM  | MP*CM | MP*CM | MP*CM | MP*CM | -----  |
| 1    | CHINENKOV | B-2-8-0.1   | 0   | 0.100 | 0.666 | 1.000 | 39.536 | 39.536 | 563.4  | -563.4 | 129.4 | 129.4 | 48.4  | 346.0 | 0.8652 |
| 2    | CHINENKOV | B-2-8-0.1A  | 0   | 0.100 | 0.655 | 1.000 | 38.637 | 38.637 | 559.9  | -559.9 | 130.2 | 130.2 | 48.2  | 351.3 | 0.8744 |
| 3    | CHINENKOV | B-2-8-0.2   | 0   | 0.200 | 0.645 | 1.000 | 38.876 | 38.876 | 590.8  | -590.8 | 126.2 | 126.2 | 75.6  | 210.6 | 0.7095 |
| 4    | CHINENKOV | B-2-8-0.2A  | 0   | 0.200 | 0.655 | 1.000 | 38.961 | 38.961 | 543.9  | -543.9 | 131.1 | 131.1 | 74.0  | 232.0 | 0.7715 |
| 5    | CHINENKOV | B-2-8-0.4   | 0   | 0.400 | 0.655 | 1.000 | 39.599 | 39.599 | 561.2  | -563.2 | 174.1 | 174.1 | 119.2 | 250.9 | 0.7099 |
| 6    | CHINENKOV | B-2-8-0.4A  | 0   | 0.400 | 0.655 | 1.000 | 39.520 | 39.520 | 560.4  | -582.5 | 173.9 | 173.9 | 119.0 | 250.5 | 0.7442 |
| 7    | CHINENKOV | B-2-8-0.4B  | 0   | 0.400 | 0.655 | 1.000 | 39.361 | 39.361 | 580.9  | -618.3 | 200.7 | 200.7 | 131.9 | 298.1 | 0.7655 |
| 8    | CHINENKOV | B-2-8-0.4C  | 0   | 0.400 | 0.666 | 1.000 | 41.512 | 41.512 | 619.5  | -655.3 | 204.3 | 204.3 | 136.7 | 298.8 | 0.7770 |
| 9    | CHINENKOV | B-2-8-0.4D  | 0   | 0.400 | 0.666 | 1.000 | 39.211 | 39.211 | 553.1  | -553.1 | 157.8 | 157.8 | 111.2 | 223.0 | 0.7728 |
| 10   | CHINENKOV | B-2-8-0.4E  | 0   | 0.400 | 0.655 | 1.000 | 38.732 | 38.732 | 579.9  | -579.9 | 160.1 | 160.1 | 114.1 | 224.6 | 0.7508 |
| 11   | CHINENKOV | B-2-8-0.4F  | 0   | 0.400 | 0.666 | 1.000 | 53.925 | 53.925 | 580.7  | -580.7 | 198.7 | 198.7 | 131.1 | 301.1 | 0.8196 |
| 12   | BEYER     | 1 A         | 0   | 0.333 | 0.666 | 0.541 | 41.921 | 30.842 | 429.7  | -245.0 | 231.7 | 183.8 | 110.6 | 483.6 | 0.8509 |
| 13   | BEYER     | 1 B         | 0   | 0.500 | 0.666 | 0.541 | 41.921 | 30.842 | 429.7  | -245.0 | 231.7 | 183.8 | 138.3 | 367.7 | 0.8645 |
| 14   | BEYER     | 2 A         | 0   | 1.000 | 0.666 | 0.541 | 41.921 | 30.842 | 429.7  | -245.0 | 231.7 | 183.8 | 177.5 | 265.3 | 0.9063 |
| 15   | BEYER     | 3 A         | 0   | 0.500 | 0.666 | 0.541 | 59.285 | 43.617 | 429.7  | -245.0 | 284.1 | 239.0 | 152.7 | 567.2 | 0.9547 |
| 16   | BEYER     | 6 B         | 0   | 0.500 | 0.666 | 0.541 | 41.921 | 30.842 | 429.7  | -245.0 | 231.7 | 183.8 | 138.3 | 367.7 | 1.0641 |
| 17   | BEYER     | 4 A         | 0   | 0.500 | 0.666 | 0.541 | 34.228 | 25.182 | 429.7  | -245.0 | 198.4 | 159.3 | 126.9 | 293.7 | 1.0157 |
| 18   | BEYER     | 4 B         | 0   | 0.500 | 0.666 | 0.541 | 29.642 | 21.808 | 429.7  | -245.0 | 178.6 | 144.7 | 119.2 | 253.6 | 0.9934 |
| 19   | BEYER     | 6 A         | 0   | 0.500 | 0.666 | 1.000 | 30.842 | 30.842 | 226.9  | -245.0 | 183.8 | 183.8 | 87.6  | 367.7 | 0.9742 |
| 20   | BEYER     | 5 A         | 0   | 0.500 | 0.666 | 0.270 | 59.285 | 30.842 | 849.8  | -245.0 | 284.1 | 183.8 | 204.5 | 367.7 | 0.9742 |
| 21   | BEYER     | 5 B         | 0   | 0.500 | 0.666 | 0.173 | 74.107 | 30.842 | 1265.7 | -245.0 | 311.8 | 183.8 | 244.3 | 367.7 | 1.0181 |
| 22   | BEYER     | 7 A         | 0   | 0.500 | 1.000 | 0.561 | 44.232 | 33.150 | 169.2  | -103.6 | 131.3 | 105.2 | 64.3  | 257.0 | 0.9189 |
| 23   | BEYER     | 8 A         | 0   | 0.500 | 0.500 | 0.500 | 39.416 | 27.872 | 769.1  | -395.7 | 328.9 | 254.5 | 217.0 | 466.4 | 0.9437 |
| 24   | LESSIG    | BI-4        | 0   | 0.200 | 0.672 | 0.272 | 67.653 | 35.343 | 766.9  | -307.4 | 163.3 | 110.7 | 98.0  | 248.7 | 0.7661 |
| 25   | LESSIG    | BI-4A       | 0   | 0.200 | 0.666 | 0.272 | 71.327 | 37.262 | 761.2  | -314.0 | 164.6 | 113.6 | 98.1  | 255.9 | 0.8176 |
| 26   | LESSIG    | BI-6        | 0   | 0.400 | 0.666 | 1.000 | 37.034 | 37.034 | 327.1  | -327.1 | 104.2 | 104.2 | 70.6  | 153.7 | 0.8835 |
| 27   | LESSIG    | BI-6A       | 0   | 0.700 | 0.655 | 1.000 | 36.637 | 36.637 | 333.6  | -333.6 | 107.1 | 107.1 | 85.3  | 134.4 | 1.0158 |

| V  | VERFASSEN       | BEZEICHNUNG | K | LAMDA | B/D   | ZO/ZU | MUTTO  | MUTCO  | MOT   | MOC    | TOT   | TOC   | TRT   | TRC    | TRI/TV |
|----|-----------------|-------------|---|-------|-------|-------|--------|--------|-------|--------|-------|-------|-------|--------|--------|
|    |                 |             |   |       |       | ----  | KP/CM2 | KP/CM2 | MP*CM | MP*CM  | MP*CM | MP*CM | MP*CM | MP*CM  | ----   |
| 28 | GESUND          | 1           | 0 | 1.000 | 1.000 | 0.665 | 43.469 | 35.453 | 188.5 | -143.5 | 114.0 | 97.4  | 84.6  | 136.0  | 0.9251 |
| 29 | GESUND          | 2           | 0 | 1.000 | 1.000 | 0.665 | 68.596 | 55.947 | 188.6 | -143.6 | 146.7 | 135.2 | 100.3 | 212.9  | 0.8520 |
| 30 | GESUND          | 3           | 0 | 0.500 | 1.000 | 0.665 | 43.469 | 35.453 | 188.6 | -143.8 | 116.1 | 99.2  | 64.8  | 169.0  | 0.9203 |
| 31 | GESUND          | 4           | 0 | 0.500 | 1.000 | 0.665 | 68.596 | 55.947 | 188.4 | -143.0 | 140.7 | 129.6 | 70.5  | 292.5  | 0.9114 |
| 32 | GESUND          | 5           | 0 | 0.333 | 1.000 | 0.665 | 43.469 | 35.453 | 188.2 | -142.3 | 107.6 | 92.0  | 49.4  | 217.3  | 0.8745 |
| 33 | GESUND          | 6           | 0 | 0.333 | 1.000 | 0.665 | 68.596 | 55.947 | 188.1 | -142.0 | 134.3 | 123.7 | 52.9  | 365.1  | 0.8190 |
| 34 | GESUND          | 7           | 0 | 0.247 | 1.000 | 0.665 | 43.469 | 35.453 | 188.6 | -143.7 | 115.9 | 99.0  | 40.9  | 307.2  | 0.8254 |
| 35 | GESUND          | 8           | 0 | 0.250 | 1.000 | 0.665 | 68.596 | 55.947 | 188.7 | -144.2 | 150.6 | 138.8 | 43.3  | 566.0  | 0.8528 |
| 36 | GESUND          | 9           | 0 | 0.500 | 0.498 | 0.665 | 31.171 | 25.423 | 297.2 | -221.8 | 81.5  | 70.6  | 62.2  | 96.6   | 0.8979 |
| 37 | GESUND          | 10          | 0 | 0.250 | 0.498 | 0.665 | 31.171 | 25.423 | 296.7 | -219.8 | 75.3  | 65.7  | 46.4  | 115.7  | 0.9142 |
| 38 | GESUND          | 11          | 0 | 0.493 | 0.498 | 0.665 | 43.975 | 35.866 | 297.2 | -221.8 | 105.9 | 90.5  | 74.3  | 135.4  | 0.9463 |
| 39 | GESUND          | 12          | 0 | 0.249 | 0.498 | 0.665 | 43.975 | 35.866 | 296.7 | -219.8 | 98.5  | 84.2  | 52.7  | 170.8  | 0.8607 |
| 40 | PANDIT/WARWARUK | B - 2       | 0 | 0.369 | 0.509 | 0.552 | 35.437 | 26.352 | 270.0 | -156.9 | 124.1 | 100.2 | 68.9  | 219.1  | 0.8280 |
| 41 | PANDIT/WARWARUK | B - 3       | 0 | 0.864 | 0.496 | 0.552 | 36.357 | 27.036 | 270.0 | -156.8 | 123.8 | 99.8  | 95.3  | 143.1  | 0.8864 |
| 42 | PANDIT/WARWARUK | C - 1       | 0 | 0.278 | 0.490 | 0.417 | 48.919 | 31.595 | 358.1 | -157.0 | 157.3 | 112.3 | 76.3  | 326.9  | 0.8452 |
| 43 | PANDIT/WARWARUK | C - 2       | 0 | 0.538 | 0.503 | 0.417 | 47.665 | 30.785 | 358.1 | -157.0 | 156.4 | 111.9 | 105.3 | 208.3  | 0.8676 |
| 44 | PANDIT/WARWARUK | C - 3       | 0 | 1.007 | 0.500 | 0.417 | 47.972 | 30.984 | 358.7 | -157.3 | 162.0 | 115.8 | 129.7 | 165.7  | 1.0120 |
| 45 | PANDIT/WARWARUK | D - 1       | 0 | 0.155 | 0.509 | 0.447 | 78.166 | 52.309 | 937.8 | -363.5 | 198.2 | 168.1 | 104.9 | 551.4  | 0.9169 |
| 46 | PANDIT/WARWARUK | D - 2       | 0 | 0.449 | 0.509 | 0.447 | 78.166 | 52.309 | 940.9 | -364.3 | 201.0 | 170.5 | 158.8 | 281.3  | 0.8382 |
| 47 | PANDIT/WARWARUK | D - 3       | 0 | 0.800 | 0.509 | 0.447 | 78.166 | 52.309 | 934.0 | -362.6 | 194.9 | 165.3 | 171.1 | 219.0  | 0.9485 |
| 48 | PANDIT/WARWARUK | E - 1       | 0 | 0.390 | 0.509 | 1.000 | 40.875 | 40.875 | 257.2 | -279.1 | 141.2 | 141.2 | 73.3  | 259.9  | 0.8333 |
| 49 | PANDIT/WARWARUK | E - 2       | 0 | 0.918 | 0.509 | 1.000 | 40.875 | 40.875 | 257.2 | -279.5 | 143.0 | 143.0 | 106.1 | 188.3  | 0.9087 |
| 50 | MC MULLEN 1969  | 3 - 2       | 0 | 1.054 | 0.525 | 0.389 | 45.320 | 28.291 | 354.6 | -145.3 | 163.1 | 114.4 | 131.4 | 164.7  | 0.9719 |
| 51 | MC MULLEN 1969  | 3 - 3       | 0 | 1.080 | 0.525 | 0.389 | 45.320 | 28.291 | 354.7 | -145.4 | 164.4 | 115.3 | 132.9 | 165.1  | 0.9596 |
| 52 | MC MULLEN 1969  | 3 - 4       | 0 | 0.611 | 0.516 | 0.389 | 45.997 | 28.714 | 354.6 | -145.3 | 160.5 | 112.3 | 111.7 | 203.9  | 0.8417 |
| 53 | MC MULLEN 1969  | 3 - 5       | 0 | 0.275 | 0.525 | 0.389 | 45.320 | 28.291 | 355.1 | -145.5 | 167.9 | 117.7 | 77.2  | 381.6  | 0.9151 |
| 54 | MC MULLEN 1970  | 1 - 2       | 0 | 2.931 | 0.506 | 0.281 | 64.600 | 34.299 | 480.8 | -144.3 | 173.2 | 117.1 | 162.9 | 134.4  | 0.8430 |
| 55 | MC MULLEN 1970  | 1 - 3       | 0 | 2.000 | 0.506 | 0.281 | 64.600 | 34.299 | 483.3 | -144.7 | 181.0 | 122.4 | 164.8 | 150.9  | 0.9320 |
| 56 | MC MULLEN 1970  | 1 - 4       | 0 | 1.000 | 0.506 | 0.281 | 64.600 | 34.299 | 483.0 | -144.7 | 180.0 | 121.7 | 149.5 | 183.2  | 0.8129 |
| 57 | MC MULLEN 1970  | 1 - 5       | 0 | 0.490 | 0.506 | 0.281 | 64.600 | 34.299 | 482.4 | -144.6 | 178.1 | 120.4 | 123.2 | 260.2  | 0.8156 |
| 58 | MC MULLEN 1970  | 1 - 6       | 0 | 0.248 | 0.506 | 0.281 | 63.842 | 33.897 | 484.7 | -144.9 | 185.7 | 125.0 | 91.4  | 467.1  | 0.8789 |
| 59 | KEMP            | BT 2        | 0 | 0.155 | 0.501 | 1.000 | 24.199 | 24.199 | 198.4 | -220.8 | 85.2  | 85.2  | 27.6  | 241.7  | 0.6103 |
| 60 | KEMP            | BT 3        | 0 | 0.357 | 0.501 | 1.000 | 24.199 | 24.199 | 198.4 | -220.8 | 85.2  | 85.2  | 48.2  | 143.1  | 0.6810 |
| 61 | KEMP            | BT 4        | 0 | 0.798 | 0.501 | 1.000 | 24.199 | 24.199 | 198.4 | -220.6 | 84.7  | 84.7  | 65.0  | 107.5  | 0.7182 |
| 62 | KEMP            | BT 5        | 0 | 1.514 | 0.501 | 1.000 | 24.199 | 24.199 | 198.4 | -219.1 | 78.6  | 78.6  | 69.0  | 88.5   | 0.6957 |
| 63 | KEMP            | BBT 3       | 0 | 0.168 | 0.501 | 1.000 | 47.377 | 47.377 | 497.1 | -532.8 | 154.6 | 154.6 | 67.8  | 336.8  | 0.8364 |
| 64 | KEMP            | BBT 4       | 0 | 0.180 | 0.501 | 1.000 | 47.377 | 47.377 | 497.1 | -532.8 | 154.6 | 154.6 | 70.9  | 322.7  | 0.8443 |
| 65 | KEMP            | BBT 5       | 0 | 0.031 | 0.501 | 1.000 | 47.377 | 47.377 | 497.1 | -531.0 | 152.1 | 152.1 | 15.3  | 1417.8 | 0.7773 |
| 66 | KEMP            | BBT 6       | 0 | 0.893 | 0.501 | 1.000 | 47.377 | 47.377 | 497.1 | -526.3 | 146.2 | 146.2 | 124.1 | 170.7  | 0.7783 |

| V   | VERFASSER   | BEZEICHNUNG | K   | LAMDA | B/D   | ZO/ZU | MUTTQ  | MUTCQ  | MCT   | MOC   | TOT   | TOC   | TRT   | TRC   | TRI/TV |
|-----|-------------|-------------|-----|-------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| --- | -----       | -----       | --- | ----- | ---   | ----- | KP/CM2 | KP/CM2 | MP*CM | MP*CM | MP*CM | MP*CM | MP*CM | MP*CM | -----  |
| 67  | GOODE/HELMY | III 1       | 0   | 5.053 | 0.502 | 0.112 | 40.050 | 19.605 | 250.6 | -35.0 | 38.0  | 22.9  | 37.4  | 24.5  | 0.8669 |
| 68  | GOODE/HELMY | III 2       | 0   | 0.522 | 0.502 | 0.112 | 58.368 | 19.605 | 250.6 | -35.0 | 48.0  | 22.9  | 40.0  | 41.5  | 0.8775 |
| 69  | GOODE/HELMY | III 3       | 0   | 0.836 | 0.502 | 0.112 | 58.368 | 19.605 | 250.6 | -35.0 | 48.0  | 22.9  | 42.8  | 33.7  | 0.8581 |
| 70  | GOODE/HELMY | III 4       | 0   | 0.200 | 0.502 | 0.112 | 58.368 | 19.605 | 250.6 | -35.0 | 48.0  | 22.9  | 30.2  | 81.9  | 0.7269 |
| 71  | GOODE/HELMY | IV 1        | 0   | 7.071 | 0.502 | 0.112 | 77.263 | 27.618 | 246.8 | -34.9 | 52.3  | 28.0  | 51.6  | 29.6  | 0.7483 |
| 72  | GOODE/HELMY | IV 2        | 0   | 1.070 | 0.502 | 0.112 | 82.222 | 27.618 | 246.8 | -34.9 | 53.9  | 28.0  | 48.6  | 40.3  | 0.8027 |
| 73  | GOODE/HELMY | IV 3        | 0   | 0.610 | 0.502 | 0.112 | 82.222 | 27.618 | 246.8 | -34.9 | 53.9  | 28.0  | 45.1  | 51.8  | 0.8481 |
| 74  | GOODE/HELMY | IV 4        | 0   | 0.236 | 0.502 | 0.112 | 82.222 | 27.618 | 246.8 | -34.9 | 53.9  | 28.0  | 34.4  | 102.6 | 0.7018 |
| 75  | GOODE/HELMY | IV 5        | 0   | 0.077 | 0.502 | 0.112 | 82.222 | 27.618 | 246.8 | -34.9 | 53.9  | 28.0  | 17.2  | 290.6 | 0.8757 |
| 76  | GOODE/HELMY | IV 6        | 0   | 0.145 | 0.502 | 0.112 | 82.222 | 27.618 | 246.8 | -34.9 | 53.9  | 28.0  | 26.8  | 159.5 | 0.8027 |
| 77  | GOODE/HELMY | IV 7        | 0   | 0.196 | 0.502 | 0.112 | 82.222 | 27.618 | 246.8 | -34.9 | 53.9  | 28.0  | 31.7  | 120.4 | 0.7433 |
| 78  | GOODE/HELMY | V 1         | 0   | 5.267 | 0.502 | 0.266 | 37.953 | 19.605 | 118.7 | -35.0 | 36.1  | 22.8  | 35.1  | 24.2  | 0.8224 |
| 79  | GOODE/HELMY | V 3         | 0   | 0.699 | 0.502 | 0.266 | 37.953 | 19.605 | 118.7 | -35.0 | 36.1  | 22.8  | 29.1  | 35.7  | 0.8853 |
| 80  | GOODE/HELMY | V 4         | 0   | 0.258 | 0.502 | 0.266 | 37.953 | 19.605 | 118.7 | -35.0 | 36.1  | 22.8  | 20.6  | 65.4  | 0.7433 |
| 81  | GOODE/HELMY | VI 1        | 0   | 5.571 | 0.502 | 0.266 | 53.463 | 27.618 | 118.0 | -34.9 | 44.1  | 27.4  | 42.7  | 29.4  | 0.9448 |
| 82  | GOODE/HELMY | VI 2        | 0   | 1.325 | 0.502 | 0.266 | 53.463 | 27.618 | 118.0 | -34.9 | 44.1  | 27.4  | 38.3  | 36.7  | 1.0279 |
| 83  | GOODE/HELMY | VI 3        | 0   | 0.270 | 0.502 | 0.266 | 53.463 | 27.618 | 118.0 | -34.9 | 44.1  | 27.4  | 23.1  | 88.5  | 0.8007 |
| 84  | GOODE/HELMY | VI 4        | 0   | 0.885 | 0.502 | 0.266 | 53.463 | 27.618 | 118.0 | -34.9 | 44.1  | 27.4  | 35.8  | 42.2  | 0.8609 |
| 85  | GOODE/HELMY | VI 5        | 0   | 3.716 | 0.502 | 0.266 | 53.463 | 27.618 | 118.0 | -34.9 | 44.1  | 27.4  | 42.0  | 30.5  | 1.0143 |
| 86  | GOODE/HELMY | VI 6        | 0   | 0.194 | 0.502 | 0.266 | 53.463 | 27.618 | 118.0 | -34.9 | 44.1  | 27.4  | 13.7  | 117.5 | 0.7736 |
| 87  | GOODE/HELMY | VI 7        | 0   | 0.387 | 0.502 | 0.266 | 53.463 | 27.618 | 118.0 | -34.9 | 44.1  | 27.4  | 27.7  | 67.0  | 0.7741 |
| 88  | GOODE/HELMY | VII 2       | 0   | 0.362 | 0.502 | 0.125 | 97.516 | 34.494 | 281.5 | -45.0 | 56.6  | 31.8  | 43.0  | 75.4  | 0.9107 |
| 89  | GOODE/HELMY | VII 3       | 0   | 0.213 | 0.502 | 0.125 | 97.516 | 34.494 | 281.5 | -45.0 | 56.6  | 31.8  | 35.9  | 114.2 | 0.7703 |
| 90  | GOODE/HELMY | VII 4       | 0   | 0.160 | 0.502 | 0.125 | 97.516 | 34.494 | 281.5 | -45.0 | 56.6  | 31.8  | 31.3  | 147.1 | 0.7548 |
| 91  | GOODE/HELMY | VII 5       | 0   | 0.177 | 0.502 | 0.125 | 97.516 | 34.494 | 300.6 | -45.3 | 63.6  | 35.7  | 36.1  | 165.8 | 0.7767 |
| 92  | GOODE/HELMY | VII 6       | 0   | 0.118 | 0.502 | 0.125 | 97.516 | 34.494 | 297.7 | -45.3 | 62.4  | 35.0  | 28.0  | 234.0 | 0.8361 |
| 93  | GOODE/HELMY | VIII 1      | 0   | 2.820 | 0.502 | 0.125 | 64.197 | 27.323 | 278.9 | -44.9 | 46.1  | 26.5  | 44.8  | 29.4  | 1.0441 |
| 94  | GOODE/HELMY | VIII 2      | 0   | 0.318 | 0.502 | 0.125 | 77.244 | 27.323 | 278.9 | -44.9 | 49.9  | 26.5  | 37.8  | 60.7  | 0.9120 |
| 95  | GOODE/HELMY | VIII 3      | 0   | 0.187 | 0.502 | 0.125 | 77.244 | 27.323 | 278.9 | -44.9 | 49.9  | 26.5  | 31.4  | 91.3  | 0.8674 |
| 96  | GOODE/HELMY | VIII 4      | 0   | 0.160 | 0.502 | 0.125 | 77.244 | 27.323 | 278.9 | -44.9 | 49.9  | 26.5  | 29.3  | 104.4 | 0.8376 |

| V   | VERFASSEN      | BEZEICHNUNG | K | LAMDA | B/D   | ZO/ZU  | MUTTO  | MUTCO  | MOT   | MOC    | TOT   | TOC   | TRT   | TRC   | TRI/TV |
|-----|----------------|-------------|---|-------|-------|--------|--------|--------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
|     |                |             |   |       |       | KP/CM2 | KP/CM2 | KP/CM2 | MP*CM | MP*CM  | MP*CM | MP*CM | MP*CM | MP*CM |        |
| 97  | IYENGAR/RANGAN | V 1         | 0 | 0.745 | 0.625 | 0.666  | 53.700 | 43.830 | 200.4 | -145.0 | 62.3  | 54.6  | 50.6  | 70.1  | 1.0686 |
| 98  | IYENGAR/RANGAN | V 2         | 0 | 0.297 | 0.625 | 0.666  | 53.700 | 43.830 | 200.0 | -143.7 | 59.3  | 52.0  | 36.7  | 92.7  | 0.8824 |
| 99  | IYENGAR/RANGAN | V 3         | 0 | 0.178 | 0.625 | 0.666  | 53.700 | 43.830 | 199.6 | -142.1 | 56.3  | 49.4  | 27.2  | 117.0 | 0.9443 |
| 100 | IYENGAR/RANGAN | V 5         | 0 | 0.276 | 0.625 | 0.666  | 53.700 | 43.830 | 199.9 | -143.1 | 58.1  | 50.9  | 35.1  | 93.4  | 0.7787 |
| 101 | IYENGAR/RANGAN | R 2         | 0 | 0.252 | 0.625 | 1.000  | 43.830 | 43.830 | 125.5 | -144.1 | 52.8  | 52.8  | 24.7  | 103.5 | 0.7641 |
| 102 | IYENGAR/RANGAN | R 3 II      | 0 | 0.162 | 0.625 | 1.000  | 54.814 | 54.814 | 196.5 | -216.0 | 59.2  | 59.2  | 25.8  | 127.8 | 0.7441 |
| 103 | IYENGAR/RANGAN | R 5 I       | 0 | 0.045 | 0.625 | 1.000  | 54.814 | 54.814 | 196.5 | -218.8 | 61.8  | 61.8  | 6.6   | 397.6 | 0.8340 |
| 104 | IYENGAR/RANGAN | R 5 II      | 0 | 0.162 | 0.625 | 1.000  | 54.814 | 54.814 | 196.5 | -218.8 | 61.8  | 61.8  | 26.1  | 135.8 | 0.7539 |
| 105 | IYENGAR/RANGAN | L 1-2 II    | 0 | 0.533 | 0.625 | 0.639  | 47.315 | 37.833 | 208.7 | -142.6 | 53.3  | 44.8  | 42.1  | 59.9  | 1.1378 |
| 106 | IYENGAR/RANGAN | L 2-1 I     | 0 | 0.055 | 0.625 | 0.639  | 47.315 | 37.833 | 209.1 | -143.7 | 55.2  | 46.3  | 11.1  | 277.6 | 0.9599 |
| 107 | IYENGAR/RANGAN | L 2-1 II    | 0 | 0.457 | 0.625 | 0.639  | 47.315 | 37.833 | 209.1 | -143.7 | 55.2  | 46.3  | 41.5  | 65.5  | 1.0913 |
| 108 | IYENGAR/RANGAN | L 2-2 I     | 0 | 0.055 | 0.625 | 0.639  | 47.315 | 37.833 | 209.1 | -143.7 | 55.2  | 46.3  | 11.1  | 277.6 | 0.9599 |
| 109 | IYENGAR/RANGAN | L 2-2 II    | 0 | 0.457 | 0.625 | 0.639  | 47.315 | 37.833 | 209.1 | -143.7 | 55.2  | 46.3  | 41.5  | 65.5  | 1.0913 |
| 110 | IYENGAR/RANGAN | L 3-1 I     | 0 | 0.122 | 0.625 | 0.639  | 47.315 | 37.833 | 208.0 | -140.3 | 49.9  | 41.9  | 20.9  | 117.1 | 0.9087 |
| 111 | IYENGAR/RANGAN | L 3-1 II    | 0 | 0.286 | 0.625 | 0.639  | 47.315 | 37.833 | 208.0 | -140.3 | 49.9  | 41.9  | 33.2  | 69.1  | 0.9573 |
| 112 | IYENGAR/RANGAN | L 3-2 I     | 0 | 0.122 | 0.625 | 0.639  | 47.315 | 37.833 | 208.0 | -140.3 | 49.9  | 41.9  | 20.9  | 117.1 | 0.9087 |
| 113 | IYENGAR/RANGAN | L 3-2 II    | 0 | 0.294 | 0.625 | 0.639  | 47.315 | 37.833 | 208.0 | -140.3 | 49.9  | 41.9  | 33.5  | 68.3  | 0.9672 |
| 114 | IYENGAR/RANGAN | L 4-1       | 0 | 0.353 | 0.625 | 0.639  | 47.315 | 37.833 | 208.4 | -141.5 | 51.6  | 43.3  | 36.5  | 65.9  | 1.0544 |
| 115 | IYENGAR/RANGAN | L 5-2       | 0 | 0.500 | 0.625 | 0.639  | 47.315 | 37.833 | 207.3 | -138.2 | 47.5  | 39.8  | 37.6  | 53.0  | 1.1305 |
| 116 | IYENGAR/RANGAN | L 6-1 I     | 0 | 0.122 | 0.625 | 0.639  | 47.315 | 37.833 | 205.4 | -132.3 | 42.5  | 35.6  | 19.7  | 92.3  | 0.8549 |
| 117 | IYENGAR/RANGAN | L 6-2 I     | 0 | 0.140 | 0.625 | 0.639  | 47.315 | 37.833 | 205.4 | -132.3 | 42.5  | 35.6  | 21.5  | 83.5  | 0.8478 |
| 118 | COLLINS        | RU 2        | 0 | 1.650 | 0.649 | 0.261  | 58.186 | 29.737 | 344.6 | -99.4  | 132.0 | 83.8  | 117.6 | 107.9 | 1.0992 |
| 119 | COLLINS        | RU 3        | 0 | 1.252 | 0.649 | 0.261  | 58.186 | 29.737 | 344.1 | -99.4  | 131.2 | 83.3  | 112.7 | 115.7 | 0.9279 |
| 120 | COLLINS        | RU 3 A      | 0 | 0.631 | 0.649 | 0.261  | 58.186 | 29.737 | 349.3 | -100.0 | 142.4 | 90.4  | 103.7 | 175.8 | 1.0069 |
| 121 | COLLINS        | 36 T 4 C    | 0 | 1.538 | 0.649 | 0.309  | 49.622 | 27.621 | 291.3 | -96.9  | 132.2 | 84.8  | 114.2 | 112.2 | 1.0318 |
| 122 | COLLINS        | 36 T 5.5    | 0 | 0.495 | 0.649 | 0.288  | 42.045 | 22.586 | 292.7 | -90.4  | 117.3 | 74.8  | 79.1  | 159.9 | 0.7561 |
| 123 | COLLINS        | 77 T 5      | 0 | 0.349 | 0.649 | 1.000  | 52.826 | 52.826 | 355.4 | -403.0 | 141.2 | 141.2 | 82.1  | 228.9 | 0.7751 |
| 124 | COLLINS        | 77 T 4      | 0 | 0.481 | 0.649 | 1.000  | 58.945 | 58.945 | 355.4 | -403.0 | 147.2 | 147.2 | 96.9  | 213.3 | 0.7601 |
| 125 | COLLINS        | 24 T 3      | 0 | 1.517 | 0.649 | 0.375  | 42.127 | 25.797 | 173.2 | -66.5  | 110.3 | 76.8  | 89.5  | 111.4 | 1.0952 |
| 126 | COLLINS        | R 4.20      | 0 | 0.180 | 0.500 | 0.169  | 75.063 | 30.873 | 438.6 | -89.1  | 87.7  | 51.4  | 51.7  | 179.1 | 0.7469 |
| 127 | COLLINS        | R 4.24      | 0 | 0.214 | 0.500 | 0.169  | 80.771 | 33.221 | 428.9 | -88.7  | 86.7  | 51.9  | 54.9  | 158.6 | 0.8417 |
| 128 | COLLINS        | R 3.20      | 0 | 0.201 | 0.500 | 0.179  | 66.519 | 28.219 | 417.5 | -89.0  | 83.0  | 48.1  | 51.6  | 145.0 | 0.8807 |
| 129 | COLLINS        | R 3.24      | 0 | 0.223 | 0.500 | 0.179  | 71.176 | 30.194 | 412.2 | -88.8  | 83.0  | 49.0  | 54.5  | 134.2 | 0.8805 |
| 130 | COLLINS        | R 3.30      | 0 | 0.298 | 0.500 | 0.179  | 76.328 | 32.380 | 417.0 | -89.0  | 87.9  | 53.0  | 62.1  | 127.7 | 0.8722 |
| 131 | COLLINS        | R 2.24      | 0 | 0.215 | 0.500 | 0.264  | 50.618 | 26.024 | 296.1 | -92.8  | 73.1  | 44.5  | 42.4  | 116.1 | 0.8298 |
| 132 | COLLINS        | R 2.30      | 0 | 0.283 | 0.500 | 0.264  | 54.394 | 27.966 | 296.8 | -92.9  | 75.7  | 47.2  | 48.9  | 105.8 | 0.8514 |
| 133 | COLLINS        | R 2.38      | 0 | 0.386 | 0.500 | 0.264  | 58.752 | 30.207 | 297.9 | -93.0  | 79.2  | 50.6  | 56.5  | 97.6  | 0.9163 |
| 134 | COLLINS        | R 1.30      | 0 | 0.286 | 0.500 | 0.309  | 45.170 | 25.140 | 270.6 | -90.4  | 67.5  | 43.7  | 44.2  | 94.1  | 0.9156 |

| V   | VERFASSER   | BEZEICHNUNG | K | LAMDA | B/D   | ZO/ZU | MUTTO  | MUTCO  | MOT    | MOC     | TOT    | TOC    | TRT    | TRC    | TRI/IV |
|-----|-------------|-------------|---|-------|-------|-------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|
|     |             |             |   |       |       | ----  | KP/CM2 | KP/CM2 | MP*CM  | MP*CM   | MP*CM  | MP*CM  | MP*CM  | MP*CM  | -----  |
| 135 | LAMPERT     | TB 0        | 1 | 0.822 | 1.000 | 1.000 | 28.667 | 28.667 | 947.5  | -1002.6 | 1335.7 | 1335.7 | 614.5  | 2800.1 | 0.6790 |
| 136 | LAMPERT     | TB 1        | 1 | 0.857 | 1.000 | 0.333 | 35.110 | 20.271 | 2146.6 | -606.8  | 1549.1 | 1057.7 | 1028.9 | 2582.5 | 0.8756 |
| 137 | LAMPERT     | TB 2        | 1 | 0.457 | 1.000 | 0.333 | 35.110 | 20.271 | 2146.6 | -606.8  | 1549.1 | 1057.7 | 751.0  | 4291.2 | 0.8486 |
| 138 | LAMPERT     | TB 3        | 1 | 0.254 | 1.000 | 0.333 | 35.110 | 20.271 | 2146.6 | -606.8  | 1549.1 | 1057.7 | 491.0  | 7400.0 | 0.8322 |
| 139 | LAMPERT     | TB 4        | 0 | 0.781 | 1.000 | 0.333 | 35.110 | 20.271 | 2146.6 | -606.8  | 1549.1 | 1057.7 | 990.8  | 2764.5 | 0.8541 |
| 140 | LAMPERT     | TB 5        | 1 | 0.831 | 1.000 | 0.333 | 23.878 | 13.781 | 2129.7 | -602.0  | 1099.2 | 786.9  | 809.7  | 1620.0 | 0.8434 |
| 141 | LAMPERT     | TB 6        | 1 | 0.837 | 1.000 | 0.333 | 23.878 | 13.781 | 2129.7 | -602.0  | 1099.2 | 786.9  | 811.5  | 1612.3 | 0.8281 |
|     |             |             |   |       |       |       |        |        |        |         |        |        |        |        |        |
| 142 | EVANS/SAKAR | HB / 2      | 1 | 0.507 | 0.793 | 0.759 | 27.368 | 23.848 | 89.3   | -74.6   | 60.6   | 55.1   | 32.3   | 108.4  | 0.8259 |
| 143 | EVANS/SAKAR | HB / 3      | 1 | 0.271 | 0.795 | 0.759 | 27.914 | 24.324 | 87.5   | -73.2   | 58.4   | 53.1   | 20.7   | 159.7  | 0.8792 |
| 144 | EVANS/SAKAR | HB / 4      | 1 | 0.191 | 0.781 | 0.759 | 27.093 | 23.609 | 91.0   | -76.0   | 63.2   | 57.5   | 16.3   | 241.0  | 0.9007 |
| 145 | EVANS/SAKAR | HB / 5      | 1 | 0.162 | 0.795 | 0.759 | 27.914 | 24.324 | 87.5   | -73.1   | 57.4   | 52.2   | 13.4   | 241.0  | 0.8783 |
| 146 | EVANS/SAKAR | HB / 8      | 1 | 0.268 | 0.663 | 0.893 | 22.504 | 21.275 | 99.7   | -97.9   | 61.2   | 59.0   | 23.0   | 154.9  | 0.9311 |
| 147 | EVANS/SAKAR | HB / 9      | 1 | 0.215 | 0.663 | 0.759 | 24.617 | 21.625 | 109.8  | -89.4   | 60.4   | 55.1   | 20.8   | 175.2  | 0.9334 |
| 148 | EVANS/SAKAR | HB / 10     | 1 | 0.189 | 0.655 | 0.759 | 24.612 | 21.447 | 111.6  | -91.6   | 71.6   | 65.3   | 19.5   | 262.6  | 0.9787 |
| 149 | EVANS/SAKAR | HB / 11     | 1 | 0.149 | 0.663 | 0.759 | 24.817 | 21.625 | 109.8  | -89.9   | 65.8   | 60.0   | 15.5   | 280.4  | 0.9545 |
| 150 | EVANS/SAKAR | HB / 14     | 1 | 0.507 | 0.495 | 0.759 | 20.664 | 18.007 | 155.8  | -124.8  | 87.6   | 80.4   | 51.6   | 146.3  | 1.0710 |
| 151 | EVANS/SAKAR | HB / 15     | 1 | 0.269 | 0.498 | 0.893 | 18.813 | 17.786 | 141.0  | -135.1  | 81.6   | 78.9   | 32.1   | 201.7  | 0.9291 |
| 152 | EVANS/SAKAR | HB / 16     | 1 | 0.182 | 0.495 | 0.759 | 20.664 | 18.007 | 155.8  | -124.3  | 80.4   | 73.8   | 25.5   | 261.1  | 0.9400 |
| 153 | EVANS/SAKAR | HB / 17     | 1 | 0.141 | 0.498 | 0.759 | 20.747 | 18.079 | 154.7  | -124.2  | 93.5   | 85.8   | 20.8   | 435.7  | 0.9289 |
|     |             |             |   |       |       |       |        |        |        |         |        |        |        |        |        |
| 154 | ELFGREN     | 3 - 1       | 0 | 0.520 | 0.500 | 0.189 | 67.007 | 29.204 | 620.8  | -127.5  | 153.9  | 91.1   | 121.5  | 173.0  | 0.6398 |
| 155 | ELFGREN     | 3 - 2       | 0 | 0.205 | 0.500 | 0.188 | 67.007 | 29.081 | 614.8  | -126.6  | 158.0  | 93.2   | 87.4   | 359.1  | 0.7109 |
| 156 | ELFGREN     | 3 - 3       | 0 | 0.102 | 0.500 | 0.192 | 68.381 | 30.006 | 628.5  | -132.4  | 159.1  | 95.2   | 56.2   | 683.2  | 0.8271 |
| 157 | ELFGREN     | 3 - 4       | 0 | 0.205 | 0.500 | 0.184 | 68.495 | 29.451 | 660.5  | -130.1  | 195.8  | 115.5  | 100.1  | 524.9  | 0.7366 |
| 158 | ELFGREN     | 6 - 1       | 1 | 1.091 | 1.000 | 0.673 | 29.436 | 24.154 | 914.7  | -546.5  | 703.0  | 612.7  | 497.7  | 1003.6 | 1.0138 |
| 159 | ELFGREN     | 6 - 2       | 1 | 1.071 | 1.000 | 0.856 | 25.977 | 24.042 | 617.2  | -513.9  | 694.6  | 658.8  | 419.7  | 1162.2 | 0.6960 |
| 160 | ELFGREN     | 7 - 1       | 1 | 0.527 | 2.000 | 0.286 | 34.154 | 18.282 | 1670.7 | -409.4  | 936.8  | 612.3  | 562.9  | 1930.4 | 0.8741 |
| 161 | ELFGREN     | 7 - 2       | 1 | 0.259 | 2.000 | 0.285 | 33.750 | 18.040 | 1562.1 | -403.7  | 976.6  | 638.8  | 369.3  | 3982.3 | 0.7874 |
| 162 | ELFGREN     | 7 - 3       | 1 | 0.257 | 2.000 | 0.272 | 30.235 | 15.796 | 1724.8 | -401.2  | 876.8  | 574.7  | 366.8  | 3293.1 | 0.6731 |
|     |             |             |   |       |       |       |        |        |        |         |        |        |        |        |        |
| 163 | KORDINA     | QT 2.1      | 0 | 0.122 | 0.545 | 0.141 | 42.835 | 16.136 | 2041.7 | -174.6  | 479.6  | 244.6  | 204.1  | 2827.9 | 0.7612 |
| 164 | KORDINA     | QT 2.2      | 0 | 0.249 | 0.545 | 0.141 | 42.835 | 16.136 | 2013.3 | -174.4  | 459.8  | 234.5  | 295.3  | 1305.0 | 0.7239 |
| 165 | KORDINA     | QT 2.3      | 0 | 0.394 | 0.545 | 0.141 | 42.835 | 16.136 | 2058.9 | -174.7  | 493.5  | 251.7  | 365.7  | 983.9  | 0.8659 |
| 166 | KORDINA     | QT 3.1      | 0 | 0.147 | 0.545 | 0.203 | 53.564 | 24.153 | 2050.4 | -232.2  | 556.9  | 315.6  | 244.4  | 2939.4 | 0.7559 |
| 167 | KORDINA     | QT 3.2      | 0 | 0.250 | 0.545 | 0.203 | 53.564 | 24.153 | 2016.9 | -231.8  | 528.7  | 299.6  | 320.3  | 1599.8 | 0.6355 |
| 168 | KORDINA     | QT 3.3      | 0 | 0.396 | 0.545 | 0.203 | 53.564 | 24.153 | 2024.7 | -231.9  | 534.8  | 303.0  | 385.5  | 1083.3 | 0.7724 |
| 169 | KORDINA     | QT 4.1      | 0 | 0.199 | 0.545 | 0.259 | 63.379 | 32.291 | 2016.5 | -288.6  | 556.1  | 362.3  | 292.0  | 2330.9 | 0.6649 |
| 170 | KORDINA     | QT 4.2      | 0 | 0.394 | 0.545 | 0.259 | 63.379 | 32.291 | 2046.2 | -289.2  | 582.4  | 379.5  | 409.0  | 1367.6 | 0.7410 |
| 171 | KORDINA     | QT 2.4      | 0 | 0.248 | 0.545 | 0.188 | 42.835 | 18.615 | 2089.2 | -290.2  | 510.3  | 283.5  | 318.0  | 1181.0 | 0.8834 |

# Versuchsdaten

| V  | VERFASSER | BEZEICHNUNG | K | Abmessungen |         |                      |                      |          |          |                       |                       | Längsbewehrung                     |                                    |                                        |                                        | Kräfte               |                      | Biegel                              |                                        |      | s   | R <sub>p</sub><br>N/mm <sup>2</sup> | T <sub>v</sub><br>N/mm <sup>2</sup> | M <sub>v</sub><br>N/mm <sup>2</sup> |
|----|-----------|-------------|---|-------------|---------|----------------------|----------------------|----------|----------|-----------------------|-----------------------|------------------------------------|------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|----------------------|----------------------|-------------------------------------|----------------------------------------|------|-----|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
|    |           |             |   | b<br>cm     | d<br>cm | t <sub>1</sub><br>cm | t <sub>2</sub><br>cm | b"<br>cm | d"<br>cm | h <sub>02</sub><br>cm | h <sub>03</sub><br>cm | F <sub>co</sub><br>cm <sup>2</sup> | F <sub>cu</sub><br>cm <sup>2</sup> | β <sub>200</sub><br>Kp/cm <sup>2</sup> | β <sub>200</sub><br>Kp/cm <sup>2</sup> | Z <sub>u</sub><br>Vp | Z <sub>u</sub><br>Kp | f <sub>200</sub><br>cm <sup>2</sup> | f <sub>200</sub><br>Kp/cm <sup>2</sup> |      |     |                                     |                                     |                                     |
| 1  | CHINENKOV | B-2-8-0.1   | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 15.8     | 25.8     | 26.5                  | 26.5                  | 6.43                               | 6.43                               | 3810                                   | 3810                                   | 12200                | 12200                | 0.385                               | 2880                                   | 8.0  | 92  | 56.0                                | 560.0                               |                                     |
| 2  | CHINENKOV | B-2-8-0.1A  | 0 | 20.0        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 15.8     | 26.3     | 27.0                  | 27.0                  | 6.44                               | 6.44                               | 3700                                   | 3700                                   | 11900                | 11900                | 0.385                               | 2880                                   | 8.0  | 92  | 54.0                                | 540.0                               |                                     |
| 3  | CHINENKOV | B-2-8-0.2   | 0 | 20.0        | 31.0    | 0.0                  | 0.0                  | 15.8     | 26.8     | 27.5                  | 27.5                  | 6.69                               | 6.69                               | 3680                                   | 3680                                   | 12300                | 12300                | 0.385                               | 2880                                   | 8.0  | 77  | 96.0                                | 480.0                               |                                     |
| 4  | CHINENKOV | B-2-8-0.2A  | 0 | 20.0        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 15.8     | 25.3     | 26.5                  | 26.5                  | 6.43                               | 6.43                               | 3760                                   | 3760                                   | 12100                | 12100                | 0.385                               | 2880                                   | 8.0  | 92  | 96.0                                | 480.0                               |                                     |
| 5  | CHINENKOV | B-2-8-0.4   | 0 | 20.0        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 15.8     | 26.3     | 26.5                  | 26.5                  | 6.76                               | 6.76                               | 3690                                   | 3690                                   | 12500                | 12500                | 0.385                               | 2880                                   | 8.0  | 208 | 168.0                               | 420.0                               |                                     |
| 6  | CHINENKOV | B-2-8-0.4A  | 0 | 20.0        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 15.8     | 26.3     | 26.5                  | 26.5                  | 6.75                               | 6.75                               | 3690                                   | 3690                                   | 12450                | 12450                | 0.385                               | 2880                                   | 8.0  | 208 | 160.0                               | 400.0                               |                                     |
| 7  | CHINENKOV | B-2-8-0.4B  | 0 | 20.0        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 15.8     | 26.3     | 27.0                  | 27.0                  | 6.70                               | 6.70                               | 3690                                   | 3690                                   | 12350                | 12350                | 0.385                               | 2880                                   | 8.0  | 323 | 168.0                               | 420.0                               |                                     |
| 8  | CHINENKOV | B-2-8-0.4C  | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 15.8     | 25.8     | 26.5                  | 26.5                  | 6.96                               | 6.96                               | 3870                                   | 3870                                   | 13450                | 13450                | 0.385                               | 2880                                   | 8.0  | 323 | 176.0                               | 440.0                               |                                     |
| 9  | CHINENKOV | B-2-8-0.4D  | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 15.8     | 25.8     | 26.5                  | 26.5                  | 6.50                               | 6.50                               | 3700                                   | 3700                                   | 12000                | 12000                | 0.385                               | 2880                                   | 8.0  | 170 | 144.0                               | 360.0                               |                                     |
| 10 | CHINENKOV | B-2-8-0.4E  | 0 | 20.0        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 15.8     | 26.3     | 27.0                  | 27.0                  | 6.67                               | 6.67                               | 3700                                   | 3700                                   | 12300                | 12300                | 0.385                               | 2800                                   | 8.0  | 170 | 152.0                               | 380.0                               |                                     |
| 11 | CHINENKOV | B-2-8-0.4F  | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 16.0     | 26.0     | 26.5                  | 26.5                  | 6.77                               | 6.77                               | 3730                                   | 3730                                   | 12600                | 12600                | 0.785                               | 2520                                   | 8.0  | 170 | 160.0                               | 400.0                               |                                     |
| 12 | BEYER     | 1 A         | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 17.0     | 27.0     | 27.4                  | 27.0                  | 3.39                               | 6.28                               | 2700                                   | 2700                                   | 4590                 | 8480                 | 0.785                               | 2700                                   | 10.0 | 382 | 130.0                               | 390.0                               |                                     |
| 13 | BEYER     | 1 B         | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 17.0     | 27.0     | 27.4                  | 27.0                  | 3.39                               | 6.28                               | 2700                                   | 2700                                   | 4590                 | 8480                 | 0.785                               | 2700                                   | 10.0 | 382 | 160.0                               | 320.0                               |                                     |
| 14 | BEYER     | 2 A         | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 17.0     | 27.0     | 27.4                  | 27.0                  | 3.39                               | 6.28                               | 2700                                   | 2700                                   | 4590                 | 8480                 | 0.785                               | 2700                                   | 10.0 | 382 | 180.0                               | 180.0                               |                                     |
| 15 | BEYER     | 3 A         | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 17.0     | 27.0     | 27.4                  | 27.0                  | 3.39                               | 6.28                               | 2700                                   | 2700                                   | 4590                 | 8480                 | 0.785                               | 2700                                   | 5.0  | 382 | 160.0                               | 320.0                               |                                     |
| 16 | BEYER     | 6 B         | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 17.0     | 27.0     | 27.4                  | 27.0                  | 3.39                               | 6.28                               | 2700                                   | 2700                                   | 4590                 | 8480                 | 0.785                               | 2700                                   | 10.0 | 382 | 130.0                               | 260.0                               |                                     |
| 17 | BEYER     | 4 A         | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 17.0     | 27.0     | 27.4                  | 27.0                  | 3.39                               | 6.28                               | 2700                                   | 2700                                   | 4590                 | 8480                 | 0.785                               | 2700                                   | 15.0 | 382 | 125.0                               | 250.0                               |                                     |
| 18 | BEYER     | 4 B         | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 17.0     | 27.0     | 27.4                  | 27.0                  | 3.39                               | 6.28                               | 2700                                   | 2700                                   | 4590                 | 8480                 | 0.785                               | 2700                                   | 20.0 | 382 | 120.0                               | 240.0                               |                                     |
| 19 | BEYER     | 6 A         | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 17.0     | 27.0     | 27.4                  | 27.4                  | 3.39                               | 3.39                               | 2700                                   | 2700                                   | 4590                 | 4590                 | 0.785                               | 2700                                   | 10.0 | 382 | 90.0                                | 180.0                               |                                     |
| 20 | BEYER     | 5 A         | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 17.0     | 27.0     | 27.4                  | 27.0                  | 3.39                               | 12.56                              | 2700                                   | 2700                                   | 4590                 | 16960                | 0.785                               | 2700                                   | 10.0 | 382 | 210.0                               | 420.0                               |                                     |
| 21 | BEYER     | 5 B         | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 17.0     | 27.0     | 27.4                  | 26.8                  | 3.39                               | 19.64                              | 2700                                   | 2700                                   | 4590                 | 26500                | 0.785                               | 2700                                   | 10.0 | 382 | 240.0                               | 480.0                               |                                     |
| 22 | BEYER     | 7 A         | 0 | 20.0        | 20.0    | 0.0                  | 0.0                  | 17.0     | 17.0     | 17.4                  | 17.2                  | 2.26                               | 4.02                               | 2700                                   | 2700                                   | 3050                 | 5430                 | 0.785                               | 2700                                   | 10.0 | 382 | 70.0                                | 140.0                               |                                     |
| 23 | BEYER     | 8 A         | 0 | 20.0        | 40.0    | 0.0                  | 0.0                  | 17.0     | 37.0     | 37.2                  | 37.2                  | 4.02                               | 8.04                               | 2700                                   | 2700                                   | 5430                 | 10860                | 0.785                               | 2700                                   | 10.0 | 382 | 230.0                               | 460.0                               |                                     |
| 24 | LESSIG    | B1-4        | 0 | 20.5        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 15.7     | 26.7     | 27.0                  | 27.0                  | 3.48                               | 12.35                              | 3760                                   | 3900                                   | 6550                 | 24000                | 0.785                               | 3500                                   | 12.5 | 64  | 128.0                               | 640.0                               |                                     |
| 25 | LESSIG    | B1-4A       | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 16.2     | 27.2     | 27.0                  | 27.0                  | 3.48                               | 12.35                              | 3760                                   | 3900                                   | 6550                 | 24000                | 0.785                               | 3500                                   | 12.5 | 64  | 120.0                               | 600.0                               |                                     |
| 26 | LESSIG    | B1-6        | 0 | 20.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 15.6     | 27.6     | 27.5                  | 27.5                  | 3.48                               | 3.48                               | 3760                                   | 3760                                   | 6500                 | 6500                 | 0.785                               | 3500                                   | 12.5 | 53  | 80.0                                | 200.0                               |                                     |
| 27 | LESSIG    | B1-6A       | 0 | 20.0        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 15.6     | 28.1     | 28.0                  | 28.0                  | 3.48                               | 3.48                               | 3760                                   | 3760                                   | 6500                 | 6500                 | 0.785                               | 3500                                   | 12.5 | 53  | 84.0                                | 120.0                               |                                     |

| V  | VERFASSER       | BEZEICHNUNG | K | Abmessungen |         |                      |                      |          |          |                       |                       | Längsbewehrung                     |                                    |                                         |                                         | Köpfe                |                      | Kugeln                              |                                        |         | Bauch | T <sub>u</sub><br>Mpcu | M <sub>v</sub><br>Mpcu |
|----|-----------------|-------------|---|-------------|---------|----------------------|----------------------|----------|----------|-----------------------|-----------------------|------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|----------------------|----------------------|-------------------------------------|----------------------------------------|---------|-------|------------------------|------------------------|
|    |                 |             |   | b<br>cm     | d<br>cm | t <sub>1</sub><br>cm | t <sub>2</sub><br>cm | b'<br>cm | d'<br>cm | h <sub>03</sub><br>cm | h <sub>02</sub><br>cm | T <sub>co</sub><br>cm <sup>2</sup> | T <sub>cu</sub><br>cm <sup>2</sup> | B <sub>co</sub><br>Kopf/cm <sup>2</sup> | B <sub>cu</sub><br>Kopf/cm <sup>2</sup> | Z <sub>o</sub><br>Kp | Z <sub>u</sub><br>Kp | f <sub>est</sub><br>cm <sup>2</sup> | f <sub>est</sub><br>Kp/cm <sup>2</sup> | S<br>cm |       |                        |                        |
| 28 | GESUND          | 1           | 0 | 20.3        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 14.9     | 14.9     | 16.5                  | 16.5                  | 2.53                               | 3.80                               | 3580                                    | 3580                                    | 4550                 | 6840                 | 0.710                               | 3520                                   | 12.7    | 354   | 91.5                   | 91.5                   |
| 29 | GESUND          | 2           | 0 | 20.3        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 14.9     | 14.9     | 16.5                  | 16.5                  | 2.53                               | 3.80                               | 3580                                    | 3580                                    | 4550                 | 6840                 | 0.710                               | 3520                                   | 5.1     | 373   | 117.8                  | 117.8                  |
| 30 | GESUND          | 3           | 0 | 20.3        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 14.9     | 14.9     | 16.5                  | 16.5                  | 2.53                               | 3.80                               | 3580                                    | 3580                                    | 4550                 | 6840                 | 0.710                               | 3520                                   | 12.7    | 374   | 70.5                   | 141.0                  |
| 31 | GESUND          | 4           | 0 | 20.3        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 14.9     | 14.9     | 16.5                  | 16.5                  | 2.53                               | 3.80                               | 3580                                    | 3580                                    | 4550                 | 6840                 | 0.710                               | 3520                                   | 5.1     | 329   | 77.4                   | 154.8                  |
| 32 | GESUND          | 5           | 0 | 20.3        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 14.9     | 14.9     | 16.5                  | 16.5                  | 2.53                               | 3.80                               | 3580                                    | 3580                                    | 4550                 | 6840                 | 0.710                               | 3520                                   | 12.7    | 298   | 56.6                   | 169.8                  |
| 33 | GESUND          | 6           | 0 | 20.3        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 14.9     | 14.9     | 16.5                  | 16.5                  | 2.53                               | 3.80                               | 3580                                    | 3580                                    | 4550                 | 6840                 | 0.710                               | 3520                                   | 5.1     | 286   | 64.7                   | 194.0                  |
| 34 | GESUND          | 7           | 0 | 20.3        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 14.9     | 14.9     | 16.5                  | 16.5                  | 2.53                               | 3.80                               | 3580                                    | 3580                                    | 4550                 | 6840                 | 0.710                               | 3520                                   | 12.7    | 372   | 49.6                   | 200.0                  |
| 35 | GESUND          | 8           | 0 | 20.3        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 14.9     | 14.9     | 16.5                  | 16.5                  | 2.53                               | 3.80                               | 3580                                    | 3580                                    | 4550                 | 6840                 | 0.710                               | 3520                                   | 5.1     | 404   | 50.8                   | 203.0                  |
| 36 | GESUND          | 9           | 0 | 15.2        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 8.5      | 22.5     | 25.4                  | 25.4                  | 2.53                               | 3.80                               | 3580                                    | 3580                                    | 4550                 | 6840                 | 0.710                               | 3520                                   | 20.3    | 342   | 69.3                   | 132.5                  |
| 37 | GESUND          | 10          | 0 | 15.2        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 8.5      | 22.5     | 25.4                  | 25.4                  | 2.53                               | 3.80                               | 3580                                    | 3580                                    | 4550                 | 6840                 | 0.710                               | 3520                                   | 20.3    | 275   | 50.8                   | 203.0                  |
| 38 | GESUND          | 11          | 0 | 15.2        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 8.5      | 22.5     | 25.4                  | 25.4                  | 2.53                               | 3.80                               | 3580                                    | 3580                                    | 4550                 | 6840                 | 0.710                               | 3520                                   | 10.2    | 342   | 78.6                   | 159.4                  |
| 39 | GESUND          | 12          | 0 | 15.2        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 8.5      | 22.5     | 25.4                  | 25.4                  | 2.53                               | 3.80                               | 3580                                    | 3580                                    | 4550                 | 6840                 | 0.710                               | 3520                                   | 10.2    | 275   | 61.3                   | 246.0                  |
|    |                 |             |   |             |         |                      |                      |          |          |                       |                       |                                    |                                    |                                         |                                         |                      |                      |                                     |                                        |         |       |                        |                        |
| 40 | PANDIT/WARWARUK | B - 2       | 0 | 15.8        | 31.0    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 28.0                  | 27.9                  | 1.42                               | 2.53                               | 4030                                    | 4100                                    | 2870                 | 5190                 | 0.710                               | 4030                                   | 15.3    | 326   | 83.3                   | 225.5                  |
| 41 | PANDIT/WARWARUK | B - 3       | 0 | 15.4        | 31.0    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 28.0                  | 27.9                  | 1.42                               | 2.53                               | 4030                                    | 4100                                    | 2870                 | 5190                 | 0.710                               | 4030                                   | 15.3    | 330   | 110.0                  | 127.2                  |
| 42 | PANDIT/WARWARUK | C - 1       | 0 | 15.2        | 31.0    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 28.0                  | 27.7                  | 1.42                               | 3.96                               | 4030                                    | 3480                                    | 2870                 | 6880                 | 0.710                               | 4030                                   | 11.5    | 350   | 90.3                   | 324.0                  |
| 43 | PANDIT/WARWARUK | C - 2       | 0 | 15.6        | 31.0    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 28.0                  | 27.7                  | 1.42                               | 3.96                               | 4030                                    | 3480                                    | 2370                 | 6880                 | 0.710                               | 4030                                   | 11.5    | 339   | 121.4                  | 225.5                  |
| 44 | PANDIT/WARWARUK | C - 3       | 0 | 15.5        | 31.0    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 28.0                  | 27.7                  | 1.42                               | 3.96                               | 4030                                    | 3480                                    | 2870                 | 6880                 | 0.710                               | 4030                                   | 11.5    | 378   | 126.2                  | 127.2                  |
| 45 | PANDIT/WARWARUK | D - 1       | 0 | 15.8        | 31.0    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 27.7                  | 25.7                  | 3.96                               | 11.40                              | 3480                                    | 3610                                    | 8500                 | 18980                | 0.710                               | 4030                                   | 11.5    | 344   | 114.5                  | 736.0                  |
| 46 | PANDIT/WARWARUK | D - 2       | 0 | 15.8        | 31.0    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 27.7                  | 25.7                  | 3.96                               | 11.40                              | 3480                                    | 3610                                    | 8500                 | 18980                | 0.710                               | 4030                                   | 11.5    | 359   | 159.5                  | 422.0                  |
| 47 | PANDIT/WARWARUK | D - 3       | 0 | 15.8        | 31.0    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 27.7                  | 25.7                  | 3.96                               | 11.40                              | 3480                                    | 3610                                    | 8500                 | 18980                | 0.710                               | 4030                                   | 11.5    | 327   | 180.5                  | 225.5                  |
| 48 | PANDIT/WARWARUK | E - 1       | 0 | 15.8        | 31.0    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 27.9                  | 27.9                  | 2.53                               | 2.53                               | 4100                                    | 4100                                    | 5190                 | 5190                 | 0.710                               | 4030                                   | 11.5    | 346   | 88.0                   | 225.5                  |
| 49 | PANDIT/WARWARUK | E - 2       | 0 | 15.8        | 31.0    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 27.9                  | 27.9                  | 2.53                               | 2.53                               | 4100                                    | 4100                                    | 5190                 | 5190                 | 0.710                               | 4030                                   | 11.5    | 359   | 116.8                  | 127.2                  |
|    |                 |             |   |             |         |                      |                      |          |          |                       |                       |                                    |                                    |                                         |                                         |                      |                      |                                     |                                        |         |       |                        |                        |
| 50 | MC MULLEN 1969  | 3 - 2       | 0 | 16.2        | 30.8    | 0.0                  | 0.0                  | 12.1     | 27.0     | 27.9                  | 27.6                  | 1.42                               | 3.96                               | 3730                                    | 3440                                    | 2650                 | 6800                 | 0.710                               | 3860                                   | 11.4    | 372   | 135.2                  | 128.2                  |
| 51 | MC MULLEN 1969  | 3 - 3       | 0 | 16.2        | 30.8    | 0.0                  | 0.0                  | 12.1     | 27.0     | 27.9                  | 27.6                  | 1.42                               | 3.96                               | 3730                                    | 3440                                    | 2650                 | 6800                 | 0.710                               | 3860                                   | 11.4    | 384   | 132.5                  | 128.2                  |
| 52 | MC MULLEN 1969  | 3 - 4       | 0 | 15.9        | 30.8    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 27.9                  | 27.6                  | 1.42                               | 3.96                               | 3730                                    | 3440                                    | 2650                 | 6800                 | 0.710                               | 3860                                   | 11.4    | 384   | 132.8                  | 217.0                  |
| 53 | MC MULLEN 1969  | 3 - 5       | 0 | 16.2        | 30.8    | 0.0                  | 0.0                  | 12.1     | 27.0     | 27.9                  | 27.6                  | 1.42                               | 3.96                               | 3730                                    | 3440                                    | 2650                 | 6800                 | 0.710                               | 3860                                   | 11.4    | 409   | 84.4                   | 306.0                  |
|    |                 |             |   |             |         |                      |                      |          |          |                       |                       |                                    |                                    |                                         |                                         |                      |                      |                                     |                                        |         |       |                        |                        |
| 54 | MC MULLEN 1970  | 1 - 2       | 0 | 15.6        | 30.8    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 27.9                  | 27.5                  | 1.42                               | 5.70                               | 3720                                    | 3290                                    | 2650                 | 9400                 | 0.710                               | 3860                                   | 8.3     | 312   | 159.5                  | 54.4                   |
| 55 | MC MULLEN 1970  | 1 - 3       | 0 | 15.6        | 30.8    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 27.9                  | 27.5                  | 1.42                               | 5.70                               | 3720                                    | 3290                                    | 2650                 | 9400                 | 0.710                               | 3860                                   | 8.3     | 356   | 162.0                  | 81.0                   |
| 56 | MC MULLEN 1970  | 1 - 4       | 0 | 15.6        | 30.8    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 27.9                  | 27.5                  | 1.42                               | 5.70                               | 3720                                    | 3290                                    | 2650                 | 9400                 | 0.710                               | 3860                                   | 8.3     | 350   | 184.0                  | 184.0                  |
| 57 | MC MULLEN 1970  | 1 - 5       | 0 | 15.6        | 30.8    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 27.9                  | 27.5                  | 1.42                               | 5.70                               | 3720                                    | 3290                                    | 2650                 | 9400                 | 0.710                               | 3860                                   | 8.3     | 329   | 151.5                  | 309.0                  |
| 58 | MC MULLEN 1970  | 1 - 6       | 0 | 15.6        | 30.8    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 27.0     | 27.9                  | 27.5                  | 1.42                               | 5.70                               | 3720                                    | 3290                                    | 2650                 | 9400                 | 0.710                               | 3770                                   | 8.3     | 350   | 104.0                  | 418.0                  |
|    |                 |             |   |             |         |                      |                      |          |          |                       |                       |                                    |                                    |                                         |                                         |                      |                      |                                     |                                        |         |       |                        |                        |
| 59 | KEMP            | BT 2        | 0 | 15.3        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 10.3     | 25.5     | 27.1                  | 27.1                  | 2.53                               | 2.53                               | 3310                                    | 3310                                    | 4180                 | 4180                 | 0.320                               | 2530                                   | 7.6     | 388   | 45.3                   | 291.0                  |
| 60 | KEMP            | BT 3        | 0 | 15.3        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 10.3     | 25.5     | 27.1                  | 27.1                  | 2.53                               | 2.53                               | 3310                                    | 3310                                    | 4180                 | 4180                 | 0.320                               | 2530                                   | 7.6     | 388   | 70.8                   | 198.3                  |
| 61 | KEMP            | BT 4        | 0 | 15.3        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 10.3     | 25.5     | 27.1                  | 27.1                  | 2.53                               | 2.53                               | 3310                                    | 3310                                    | 4180                 | 4180                 | 0.320                               | 2530                                   | 7.6     | 381   | 90.6                   | 113.5                  |
| 62 | KEMP            | BT 5        | 0 | 15.3        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 10.3     | 25.5     | 27.1                  | 27.1                  | 2.53                               | 2.53                               | 3310                                    | 3310                                    | 4180                 | 4180                 | 0.320                               | 2530                                   | 7.6     | 304   | 99.2                   | 65.5                   |
| 63 | KEMP            | BBT 3       | 0 | 15.3        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 11.2     | 26.5     | 27.1                  | 27.1                  | 5.70                               | 5.70                               | 3680                                    | 3680                                    | 10500                | 10500                | 0.710                               | 2500                                   | 11.5    | 420   | 81.1                   | 480.0                  |
| 64 | KEMP            | BBT 4       | 0 | 15.3        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 11.2     | 26.5     | 27.1                  | 27.1                  | 5.70                               | 5.70                               | 3680                                    | 3680                                    | 10500                | 10500                | 0.710                               | 2500                                   | 11.5    | 420   | 84.0                   | 465.0                  |
| 65 | KEMP            | BBT 5       | 0 | 15.3        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 11.2     | 26.5     | 27.1                  | 27.1                  | 5.70                               | 5.70                               | 3680                                    | 3680                                    | 10500                | 10500                | 0.710                               | 2500                                   | 11.5    | 400   | 19.7                   | 633.0                  |
| 66 | KEMP            | BBT 6       | 0 | 15.3        | 30.5    | 0.0                  | 0.0                  | 11.2     | 26.5     | 27.1                  | 27.1                  | 5.70                               | 5.70                               | 3680                                    | 3680                                    | 10500                | 10500                | 0.710                               | 2500                                   | 11.5    | 355   | 159.5                  | 178.6                  |

| V  | VERFASSER   | BEZEICHNUNG | K | Abmessungen |         |                      |                      |          |          |                       |                       | Längsbewehrung                     |                                    |                                       |                                       | Kräfte               |                      | Bügel                              |                                       | s    | Edon | Tv   | Mv    |
|----|-------------|-------------|---|-------------|---------|----------------------|----------------------|----------|----------|-----------------------|-----------------------|------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------|----------------------|------------------------------------|---------------------------------------|------|------|------|-------|
|    |             |             |   | b<br>cm     | d<br>cm | t <sub>1</sub><br>cm | t <sub>2</sub><br>cm | b"<br>cm | d"<br>cm | h <sub>03</sub><br>cm | h <sub>02</sub><br>cm | T <sub>co</sub><br>cm <sup>2</sup> | T <sub>cu</sub><br>cm <sup>2</sup> | B <sub>co</sub><br>kg/cm <sup>2</sup> | B <sub>cu</sub><br>kg/cm <sup>2</sup> | Z <sub>0</sub><br>kg | Z <sub>u</sub><br>kg | B <sub>cu</sub><br>cm <sup>2</sup> | B <sub>cu</sub><br>kg/cm <sup>2</sup> |      |      |      |       |
| 67 | GOODE/HELMY | III 1       | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.4                  | 0.36                               | 5.70                               | 5270                                  | 2950                                  | 950                  | 8420                 | 0.320                              | 3310                                  | 12.7 | 293  | 28.3 | 5.6   |
| 68 | GOODE/HELMY | III 2       | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.4                  | 0.36                               | 5.70                               | 5270                                  | 2950                                  | 950                  | 8420                 | 0.320                              | 3310                                  | 12.7 | 293  | 45.6 | 87.2  |
| 69 | GOODE/HELMY | III 3       | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.4                  | 0.36                               | 5.70                               | 5270                                  | 2950                                  | 950                  | 8420                 | 0.320                              | 3310                                  | 12.7 | 293  | 39.3 | 47.0  |
| 70 | GOODE/HELMY | III 4       | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.4                  | 0.36                               | 5.70                               | 5270                                  | 2950                                  | 950                  | 8420                 | 0.320                              | 3310                                  | 12.7 | 293  | 41.6 | 208.0 |
| 71 | GOODE/HELMY | IV 1        | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.4                  | 0.36                               | 5.70                               | 5270                                  | 2950                                  | 950                  | 8420                 | 0.320                              | 3310                                  | 6.4  | 267  | 39.6 | 5.6   |
| 72 | GOODE/HELMY | IV 2        | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.4                  | 0.36                               | 5.70                               | 5270                                  | 2950                                  | 950                  | 8420                 | 0.320                              | 3310                                  | 6.4  | 267  | 50.3 | 47.0  |
| 73 | GOODE/HELMY | IV 3        | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.4                  | 0.36                               | 5.70                               | 5270                                  | 2950                                  | 950                  | 8420                 | 0.320                              | 3310                                  | 6.4  | 267  | 53.2 | 57.2  |
| 74 | GOODE/HELMY | IV 4        | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.4                  | 0.36                               | 5.70                               | 5270                                  | 2950                                  | 950                  | 8420                 | 0.320                              | 3310                                  | 6.4  | 267  | 49.1 | 206.0 |
| 75 | GOODE/HELMY | IV 5        | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.4                  | 0.36                               | 5.70                               | 5270                                  | 2950                                  | 950                  | 8420                 | 0.320                              | 3310                                  | 6.4  | 267  | 19.7 | 253.0 |
| 76 | GOODE/HELMY | IV 6        | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.4                  | 0.36                               | 5.70                               | 5270                                  | 2950                                  | 950                  | 8420                 | 0.320                              | 3310                                  | 6.4  | 267  | 33.5 | 231.0 |
| 77 | GOODE/HELMY | IV 7        | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.4                  | 0.36                               | 5.70                               | 5270                                  | 2950                                  | 950                  | 8420                 | 0.320                              | 3310                                  | 6.4  | 267  | 42.7 | 217.0 |
| 78 | GOODE/HELMY | V 1         | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.8                  | 0.36                               | 2.53                               | 5270                                  | 2810                                  | 950                  | 3560                 | 0.320                              | 3310                                  | 12.7 | 266  | 29.5 | 5.6   |
| 79 | GOODE/HELMY | V 3         | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.8                  | 0.36                               | 2.53                               | 5270                                  | 2810                                  | 950                  | 3560                 | 0.320                              | 3310                                  | 12.7 | 266  | 32.9 | 47.0  |
| 80 | GOODE/HELMY | V 4         | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.8                  | 0.36                               | 2.53                               | 5270                                  | 2810                                  | 950                  | 3560                 | 0.320                              | 3310                                  | 12.7 | 266  | 27.7 | 107.2 |
| 81 | GOODE/HELMY | VI 1        | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.8                  | 0.36                               | 2.53                               | 5270                                  | 2810                                  | 950                  | 3560                 | 0.320                              | 3310                                  | 6.4  | 252  | 31.2 | 5.6   |
| 82 | GOODE/HELMY | VI 2        | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.8                  | 0.36                               | 2.53                               | 5270                                  | 2810                                  | 950                  | 3560                 | 0.320                              | 3310                                  | 6.4  | 252  | 35.8 | 27.0  |
| 83 | GOODE/HELMY | VI 3        | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.6                  | 0.36                               | 2.53                               | 5270                                  | 2810                                  | 950                  | 3560                 | 0.320                              | 3310                                  | 6.4  | 252  | 28.9 | 107.0 |
| 84 | GOODE/HELMY | VI 4        | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.8                  | 0.36                               | 2.53                               | 5270                                  | 2810                                  | 950                  | 3560                 | 0.320                              | 3310                                  | 6.4  | 252  | 41.6 | 47.0  |
| 85 | GOODE/HELMY | VI 5        | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.8                  | 0.36                               | 2.53                               | 5270                                  | 2810                                  | 950                  | 3560                 | 0.320                              | 3310                                  | 6.4  | 252  | 30.1 | 8.1   |
| 86 | GOODE/HELMY | VI 6        | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.8                  | 0.36                               | 2.53                               | 5270                                  | 2810                                  | 950                  | 3560                 | 0.320                              | 3310                                  | 6.4  | 252  | 24.3 | 125.0 |
| 87 | GOODE/HELMY | VI 7        | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.8                  | 17.8                  | 0.36                               | 2.53                               | 5270                                  | 2810                                  | 950                  | 3560                 | 0.320                              | 3310                                  | 6.4  | 252  | 35.8 | 92.5  |
| 88 | GOODE/HELMY | VII 2       | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.7                  | 17.6                  | 0.63                               | 3.96                               | 3930                                  | 5025                                  | 1245                 | 9950                 | 0.320                              | 3940                                  | 6.4  | 241  | 47.3 | 130.5 |
| 89 | GOODE/HELMY | VII 3       | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.7                  | 17.6                  | 0.63                               | 3.96                               | 3930                                  | 5025                                  | 1245                 | 9950                 | 0.320                              | 3940                                  | 6.4  | 241  | 46.6 | 218.5 |
| 90 | GOODE/HELMY | VII 4       | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.7                  | 17.6                  | 0.63                               | 3.96                               | 3930                                  | 5025                                  | 1245                 | 9950                 | 0.320                              | 3940                                  | 6.4  | 241  | 41.5 | 259.0 |
| 91 | GOODE/HELMY | VII 5       | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.7                  | 17.6                  | 0.63                               | 3.96                               | 3930                                  | 5025                                  | 1245                 | 9950                 | 0.320                              | 3940                                  | 6.4  | 342  | 46.6 | 262.0 |
| 92 | GOODE/HELMY | VII 6       | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.7                  | 17.6                  | 0.63                               | 3.96                               | 3930                                  | 5025                                  | 1245                 | 9950                 | 0.320                              | 3940                                  | 6.4  | 322  | 33.6 | 284.0 |
| 93 | GOODE/HELMY | VIII 1      | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.7                  | 17.6                  | 0.63                               | 3.96                               | 3930                                  | 5025                                  | 1245                 | 9950                 | 0.320                              | 3940                                  | 10.2 | 232  | 28.2 | 10.0  |
| 94 | GOODE/HELMY | VIII 2      | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.7                  | 17.6                  | 0.63                               | 3.96                               | 3930                                  | 5025                                  | 1245                 | 9950                 | 0.320                              | 3940                                  | 10.2 | 232  | 41.5 | 130.5 |
| 95 | GOODE/HELMY | VIII 3      | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.7                  | 17.6                  | 0.63                               | 3.96                               | 3930                                  | 5025                                  | 1245                 | 9950                 | 0.320                              | 3940                                  | 10.2 | 232  | 36.3 | 194.0 |
| 96 | GOODE/HELMY | VIII 4      | 0 | 10.2        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.2      | 17.8     | 18.7                  | 17.6                  | 0.63                               | 3.96                               | 3930                                  | 5025                                  | 1245                 | 9950                 | 0.320                              | 3940                                  | 10.2 | 232  | 35.0 | 218.5 |



| V   | VERFASSEN      | BEZEICHNUNG | K | Abmessungen |         |                      |                      |          |          |                       |                       | Längsbewehrung                     |                                    |                                         |                                         | Kräfte               |                      | Bügel                               |                                         | S    | Edon<br>Rp<br>kN | TV<br>Hp cm | Mv<br>Tp cm |
|-----|----------------|-------------|---|-------------|---------|----------------------|----------------------|----------|----------|-----------------------|-----------------------|------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|----------------------|----------------------|-------------------------------------|-----------------------------------------|------|------------------|-------------|-------------|
|     |                |             |   | b<br>cm     | d<br>cm | t <sub>1</sub><br>cm | t <sub>2</sub><br>cm | b'<br>cm | d'<br>cm | h <sub>03</sub><br>cm | h <sub>02</sub><br>cm | T <sub>co</sub><br>cm <sup>2</sup> | T <sub>cu</sub><br>cm <sup>2</sup> | P <sub>stco</sub><br>kg/cm <sup>2</sup> | P <sub>stcu</sub><br>kg/cm <sup>2</sup> | Z <sub>0</sub><br>Kp | Z <sub>u</sub><br>Kp | f <sub>eri</sub><br>cm <sup>2</sup> | P <sub>stst</sub><br>kg/cm <sup>2</sup> |      |                  |             |             |
| 97  | IYENGAR/RANGAN | V 1         | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.60                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6680                 | 0.320                               | 3520                                    | 7.6  | 393              | 47.4        | 63.6        |
| 98  | IYENGAR/RANGAN | V 2         | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.60                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6680                 | 0.320                               | 3520                                    | 7.6  | 344              | 41.6        | 140.0       |
| 99  | IYENGAR/RANGAN | V 3         | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.60                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6680                 | 0.320                               | 3520                                    | 7.6  | 264              | 26.9        | 161.8       |
| 100 | IYENGAR/RANGAN | V 5         | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.60                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6680                 | 0.320                               | 3520                                    | 7.6  | 323              | 45.1        | 163.0       |
| 101 | IYENGAR/RANGAN | R 2         | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 2.53                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 4450                 | 0.320                               | 3520                                    | 7.6  | 359              | 32.4        | 126.2       |
| 102 | IYENGAR/RANGAN | R 3 II      | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 3.96                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 6960                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 7.6  | 335              | 34.7        | 214.0       |
| 103 | IYENGAR/RANGAN | R 5 I       | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 3.96                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 6960                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 7.6  | 360              | 10.4        | 231.0       |
| 104 | IYENGAR/RANGAN | R 5 II      | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 3.96                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 6960                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 7.6  | 360              | 34.7        | 214.0       |
| 105 | IYENGAR/RANGAN | L 1-2 II    | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 10.2 | 309              | 37.0        | 69.4        |
| 106 | IYENGAR/RANGAN | L 2-1 I     | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 10.2 | 343              | 11.6        | 209.0       |
| 107 | IYENGAR/RANGAN | L 2-1 II    | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 10.2 | 343              | 38.1        | 53.2        |
| 108 | IYENGAR/RANGAN | L 2-2 I     | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 10.2 | 343              | 11.6        | 209.0       |
| 109 | IYENGAR/RANGAN | L 2-2 II    | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 10.2 | 343              | 38.1        | 53.2        |
| 110 | IYENGAR/RANGAN | L 3-1 I     | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 10.2 | 253              | 23.1        | 163.5       |
| 111 | IYENGAR/RANGAN | L 3-1 II    | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 10.2 | 253              | 34.7        | 121.2       |
| 112 | IYENGAR/RANGAN | L 3-2 I     | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 10.2 | 253              | 23.1        | 163.5       |
| 113 | IYENGAR/RANGAN | L 3-2 II    | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 10.2 | 253              | 34.7        | 118.0       |
| 114 | IYENGAR/RANGAN | L 4-1       | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 10.2 | 279              | 3.7         | 98.3        |
| 115 | IYENGAR/RANGAN | L 5-2       | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 10.2 | 216              | 33.5        | 67.0        |
| 116 | IYENGAR/RANGAN | L 6-1 I     | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 10.2 | 156              | 23.1        | 163.5       |
| 117 | IYENGAR/RANGAN | L 6-2 I     | 0 | 12.7        | 20.3    | 0.0                  | 0.0                  | 8.3      | 15.9     | 17.2                  | 17.2                  | 2.53                               | 3.96                               | 3520                                    | 3520                                    | 4450                 | 6960                 | 0.320                               | 3520                                    | 10.2 | 156              | 25.4        | 160.2       |
| 118 | COLLINS        | RU 2        | 0 | 16.5        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 13.4     | 19.6     | 20.9                  | 20.8                  | 1.42                               | 5.70                               | 3450                                    | 3290                                    | 2450                 | 9380                 | 0.710                               | 3450                                    | 10.2 | 259              | 98.2        | 59.5        |
| 119 | COLLINS        | RU 3        | 0 | 16.5        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 13.4     | 19.6     | 20.9                  | 20.8                  | 1.42                               | 5.70                               | 3450                                    | 3290                                    | 2450                 | 9380                 | 0.710                               | 3450                                    | 10.2 | 254              | 121.5       | 97.0        |
| 120 | COLLINS        | RU 3 A      | 0 | 16.5        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 13.4     | 19.6     | 20.9                  | 20.8                  | 1.42                               | 5.70                               | 3450                                    | 3290                                    | 2450                 | 9380                 | 0.710                               | 3450                                    | 10.2 | 325              | 103.0       | 163.0       |
| 121 | COLLINS        | 36 T 4 C    | 0 | 16.5        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 12.9     | 21.3     | 21.3                  | 21.3                  | 1.42                               | 5.70                               | 3280                                    | 2650                                    | 2330                 | 7520                 | 0.710                               | 3020                                    | 10.2 | 305              | 108.8       | 70.7        |
| 122 | COLLINS        | 36 T 5.5    | 0 | 16.5        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 12.9     | 20.8     | 21.3                  | 21.3                  | 1.42                               | 5.70                               | 3050                                    | 2650                                    | 2170                 | 7520                 | 0.710                               | 3020                                    | 14.0 | 325              | 99.4        | 200.5       |
| 123 | COLLINS        | 77 T 5      | 0 | 16.5        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 13.5     | 20.8     | 21.1                  | 21.1                  | 7.75                               | 7.75                               | 2730                                    | 2730                                    | 10580                | 10580                | 0.710                               | 3020                                    | 12.7 | 325              | 106.0       | 303.5       |
| 124 | COLLINS        | 77 T 4      | 0 | 16.5        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 13.5     | 20.8     | 21.1                  | 21.1                  | 7.75                               | 7.75                               | 2730                                    | 2730                                    | 10580                | 10580                | 0.710                               | 3020                                    | 10.2 | 325              | 124.3       | 258.0       |
| 125 | COLLINS        | 24 T 3      | 0 | 16.5        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 11.9     | 21.3     | 22.2                  | 22.2                  | 0.63                               | 2.53                               | 4830                                    | 3310                                    | 1560                 | 4160                 | 0.710                               | 3020                                    | 7.6  | 305              | 81.8        | 53.9        |
| 126 | COLLINS        | R 4.20      | 0 | 12.7        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 8.9      | 21.6     | 22.7                  | 21.6                  | 1.42                               | 8.39                               | 2850                                    | 2850                                    | 2030                 | 12000                | 0.320                               | 4130                                    | 6.6  | 244              | 69.3        | 383.0       |
| 127 | COLLINS        | R 4.24      | 0 | 12.7        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 8.9      | 21.6     | 22.7                  | 21.6                  | 1.42                               | 8.39                               | 2850                                    | 2850                                    | 2030                 | 12000                | 0.320                               | 4130                                    | 5.7  | 213              | 65.3        | 305.0       |
| 128 | COLLINS        | R 3.20      | 0 | 12.7        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 8.9      | 21.6     | 22.7                  | 21.6                  | 1.42                               | 7.91                               | 2850                                    | 2850                                    | 2030                 | 11280                | 0.320                               | 4130                                    | 7.9  | 242              | 58.6        | 291.0       |
| 129 | COLLINS        | R 3.24      | 0 | 12.7        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 8.9      | 21.6     | 22.7                  | 21.6                  | 1.42                               | 7.91                               | 2850                                    | 2850                                    | 2030                 | 11280                | 0.320                               | 4130                                    | 6.9  | 222              | 62.0        | 266.0       |
| 130 | COLLINS        | R 3.30      | 0 | 12.7        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 8.9      | 21.6     | 22.7                  | 21.6                  | 1.42                               | 7.91                               | 2850                                    | 2850                                    | 2030                 | 11280                | 0.320                               | 4130                                    | 6.0  | 240              | 71.3        | 239.0       |
| 131 | COLLINS        | R 2.24      | 0 | 12.7        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 8.9      | 21.6     | 22.7                  | 20.8                  | 1.42                               | 5.38                               | 2980                                    | 2980                                    | 2120                 | 8020                 | 0.320                               | 4130                                    | 9.7  | 227              | 51.1        | 237.0       |
| 132 | COLLINS        | R 2.30      | 0 | 12.7        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 8.9      | 21.6     | 22.7                  | 20.8                  | 1.42                               | 5.38                               | 2980                                    | 2980                                    | 2120                 | 8020                 | 0.320                               | 4130                                    | 8.4  | 233              | 57.5        | 203.0       |
| 133 | COLLINS        | R 2.38      | 0 | 12.7        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 8.9      | 21.6     | 22.7                  | 20.8                  | 1.42                               | 5.38                               | 2980                                    | 2980                                    | 2120                 | 8020                 | 0.320                               | 4130                                    | 7.2  | 244              | 61.7        | 159.5       |
| 134 | COLLINS        | R 1.30      | 0 | 12.7        | 25.4    | 0.0                  | 0.0                  | 8.9      | 21.6     | 22.7                  | 22.3                  | 1.42                               | 4.59                               | 2900                                    | 2900                                    | 2060                 | 6650                 | 0.320                               | 4130                                    | 10.1 | 231              | 48.3        | 168.8       |

| V   | VERFASSER   | BEZEICHNUNG | K | Abmessungen |         |                      |                      |          |          |                       |                       | Längsbewehrung                     |                                    |                                        |                                        | Kräfte               |                      | Bügel                               |                                        |         | rdm | T <sub>v</sub> | M <sub>v</sub> |
|-----|-------------|-------------|---|-------------|---------|----------------------|----------------------|----------|----------|-----------------------|-----------------------|------------------------------------|------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|----------------------|----------------------|-------------------------------------|----------------------------------------|---------|-----|----------------|----------------|
|     |             |             |   | b<br>cm     | d<br>cm | t <sub>1</sub><br>cm | t <sub>2</sub><br>cm | b"<br>cm | c"<br>cm | h <sub>02</sub><br>cm | h <sub>03</sub><br>cm | F <sub>co</sub><br>cm <sup>2</sup> | F <sub>cu</sub><br>cm <sup>2</sup> | B <sub>stc</sub><br>Kp/cm <sup>2</sup> | B <sub>stc</sub><br>Kp/cm <sup>2</sup> | Z <sub>0</sub><br>Kp | Z <sub>u</sub><br>Kp | F <sub>stc</sub><br>cm <sup>2</sup> | F <sub>stc</sub><br>Kp/cm <sup>2</sup> | s<br>cm |     |                |                |
| 135 | LAMPERT     | TB 0        | 1 | 50.0        | 50.0    | 8.0                  | 8.0                  | 45.4     | 45.4     | 46.5                  | 46.5                  | 5.65                               | 5.65                               | 3900                                   | 3900                                   | 17650                | 17650                | 1.130                               | 3900                                   | 11.0    | 230 | 905.0          | 1100.0         |
| 136 | LAMPERT     | TB 1        | 1 | 50.0        | 50.0    | 8.0                  | 8.0                  | 45.4     | 45.4     | 46.5                  | 46.5                  | 3.39                               | 12.40                              | 3900                                   | 3900                                   | 8825                 | 26475                | 1.130                               | 3900                                   | 11.0    | 230 | 1175.0         | 1370.0         |
| 137 | LAMPERT     | TB 2        | 1 | 50.0        | 50.0    | 8.0                  | 8.0                  | 45.4     | 45.4     | 46.5                  | 46.5                  | 3.39                               | 12.40                              | 3900                                   | 3900                                   | 8825                 | 26475                | 1.130                               | 3900                                   | 11.0    | 230 | 885.0          | 1935.0         |
| 138 | LAMPERT     | TB 3        | 1 | 50.0        | 50.0    | 8.0                  | 8.0                  | 45.4     | 45.4     | 46.5                  | 46.5                  | 3.39                               | 12.40                              | 3900                                   | 3900                                   | 8825                 | 26475                | 1.130                               | 3900                                   | 11.0    | 230 | 590.0          | 2320.0         |
| 139 | LAMPERT     | TB 4        | 0 | 50.0        | 50.0    | 0.0                  | 0.0                  | 45.4     | 45.4     | 46.5                  | 46.5                  | 3.39                               | 12.40                              | 3900                                   | 3900                                   | 8825                 | 26475                | 1.130                               | 3900                                   | 11.0    | 230 | 1160.0         | 1485.0         |
| 140 | LAMPERT     | TB 5        | 1 | 50.0        | 50.0    | 8.0                  | 8.0                  | 46.0     | 46.0     | 47.0                  | 47.0                  | 3.39                               | 12.40                              | 3840                                   | 3840                                   | 8960                 | 26900                | 0.500                               | 3960                                   | 11.0    | 180 | 960.0          | 1155.0         |
| 141 | LAMPERT     | TB 6        | 1 | 50.0        | 50.0    | 8.0                  | 8.0                  | 46.0     | 46.0     | 47.0                  | 47.0                  | 3.39                               | 12.40                              | 3840                                   | 3840                                   | 8960                 | 26900                | 0.500                               | 3960                                   | 11.0    | 180 | 980.0          | 1170.0         |
| 142 | EVANS/SAKAR | HB / 2      | 1 | 15.4        | 19.4    | 3.8                  | 3.8                  | 12.2     | 16.2     | 17.0                  | 17.0                  | 1.42                               | 1.42                               | 3150                                   | 4150                                   | 2240                 | 2950                 | 0.315                               | 3230                                   | 10.2    | 483 | 39.2           | 77.3           |
| 143 | EVANS/SAKAR | HB / 3      | 1 | 15.2        | 19.1    | 3.8                  | 3.8                  | 12.0     | 15.9     | 16.7                  | 16.7                  | 1.42                               | 1.42                               | 3150                                   | 4150                                   | 2240                 | 2950                 | 0.315                               | 3230                                   | 10.2    | 476 | 23.6           | 87.0           |
| 144 | EVANS/SAKAR | HB / 4      | 1 | 15.4        | 19.7    | 3.8                  | 3.8                  | 12.2     | 16.5     | 17.3                  | 17.3                  | 1.42                               | 1.42                               | 3150                                   | 4150                                   | 2240                 | 2950                 | 0.315                               | 3230                                   | 10.2    | 523 | 18.1           | 94.4           |
| 145 | EVANS/SAKAR | HB / 5      | 1 | 15.2        | 19.1    | 3.8                  | 3.8                  | 12.0     | 15.9     | 16.7                  | 16.7                  | 1.42                               | 1.42                               | 3150                                   | 4150                                   | 2240                 | 2950                 | 0.315                               | 3230                                   | 10.2    | 453 | 15.3           | 94.2           |
| 146 | EVANS/SAKAR | HB / 8      | 1 | 15.2        | 22.9    | 3.8                  | 3.8                  | 12.0     | 19.7     | 20.5                  | 20.5                  | 1.42                               | 1.42                               | 3440                                   | 3830                                   | 2440                 | 2730                 | 0.315                               | 2670                                   | 10.2    | 381 | 24.7           | 92.0           |
| 147 | EVANS/SAKAR | HB / 9      | 1 | 15.2        | 22.9    | 3.8                  | 3.8                  | 12.0     | 19.7     | 20.5                  | 20.5                  | 1.42                               | 1.42                               | 3150                                   | 4150                                   | 2240                 | 2950                 | 0.315                               | 3230                                   | 10.2    | 301 | 21.2           | 98.4           |
| 148 | EVANS/SAKAR | HB / 10     | 1 | 15.2        | 23.2    | 3.8                  | 3.8                  | 12.0     | 20.0     | 20.8                  | 20.8                  | 1.42                               | 1.42                               | 3150                                   | 4150                                   | 2240                 | 2950                 | 0.315                               | 3230                                   | 10.2    | 482 | 20.0           | 105.6          |
| 149 | EVANS/SAKAR | HB / 11     | 1 | 15.2        | 22.9    | 3.8                  | 3.8                  | 12.0     | 19.7     | 20.5                  | 20.5                  | 1.42                               | 1.42                               | 3150                                   | 4150                                   | 2240                 | 2950                 | 0.315                               | 3230                                   | 10.2    | 389 | 16.3           | 108.7          |
| 150 | EVANS/SAKAR | HB / 14     | 1 | 15.2        | 30.7    | 3.8                  | 3.8                  | 12.0     | 27.5     | 28.3                  | 28.3                  | 1.42                               | 1.42                               | 3150                                   | 4150                                   | 2240                 | 2950                 | 0.315                               | 3230                                   | 10.2    | 389 | 48.2           | 95.0           |
| 151 | EVANS/SAKAR | HB / 15     | 1 | 15.2        | 30.5    | 3.8                  | 3.8                  | 12.0     | 27.3     | 28.1                  | 28.1                  | 1.42                               | 1.42                               | 3440                                   | 3830                                   | 2440                 | 2730                 | 0.315                               | 2670                                   | 10.2    | 385 | 34.6           | 123.3          |
| 152 | EVANS/SAKAR | HB / 16     | 1 | 15.2        | 30.7    | 3.8                  | 3.8                  | 12.0     | 27.5     | 28.3                  | 28.3                  | 1.42                               | 1.42                               | 3150                                   | 4150                                   | 2240                 | 2950                 | 0.315                               | 3230                                   | 10.2    | 301 | 27.2           | 149.0          |
| 153 | EVANS/SAKAR | HB / 17     | 1 | 15.2        | 30.5    | 3.8                  | 3.8                  | 12.0     | 27.3     | 28.1                  | 28.1                  | 1.42                               | 1.42                               | 3150                                   | 4150                                   | 2240                 | 2950                 | 0.315                               | 3230                                   | 10.2    | 482 | 22.4           | 153.3          |
| 154 | ELFGREN     | 3 - 1       | 0 | 15.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 26.8     | 27.6                  | 27.6                  | 1.00                               | 6.03                               | 4730                                   | 4130                                   | 2345                 | 12450                | 0.500                               | 4730                                   | 10.0    | 250 | 190.0          | 365.0          |
| 155 | ELFGREN     | 3 - 2       | 0 | 15.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 26.8     | 27.6                  | 27.2                  | 1.00                               | 6.03                               | 4690                                   | 4130                                   | 2345                 | 12450                | 0.500                               | 4730                                   | 10.0    | 277 | 123.0          | 600.0          |
| 156 | ELFGREN     | 3 - 3       | 0 | 15.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 26.8     | 27.6                  | 27.2                  | 1.00                               | 6.03                               | 4910                                   | 4230                                   | 2455                 | 12750                | 0.500                               | 4810                                   | 10.0    | 276 | 68.0           | 565.0          |
| 157 | ELFGREN     | 3 - 4       | 0 | 15.0        | 30.0    | 0.0                  | 0.0                  | 11.8     | 26.8     | 27.6                  | 27.2                  | 1.00                               | 6.03                               | 4770                                   | 4280                                   | 2385                 | 12900                | 0.500                               | 4770                                   | 10.0    | 513 | 136.0          | 662.0          |
| 158 | ELFGREN     | 6 - 1       | 1 | 40.0        | 40.0    | 5.0                  | 5.0                  | 36.8     | 36.8     | 37.5                  | 37.3                  | 3.14                               | 5.60                               | 4750                                   | 4590                                   | 11150                | 16560                | 0.500                               | 4550                                   | 10.0    | 227 | 491.0          | 450.0          |
| 159 | ELFGREN     | 6 - 2       | 1 | 40.0        | 40.0    | 5.0                  | 5.0                  | 36.8     | 36.8     | 37.5                  | 37.5                  | 3.14                               | 3.92                               | 4440                                   | 4440                                   | 10450                | 12200                | 0.500                               | 4810                                   | 10.0    | 285 | 603.0          | 563.0          |
| 160 | ELFGREN     | 7 - 1       | 1 | 60.0        | 30.0    | 6.0                  | 6.0                  | 56.8     | 26.8     | 27.5                  | 27.2                  | 2.35                               | 10.05                              | 6445                                   | 6540                                   | 10120                | 32767                | 0.500                               | 4600                                   | 15.0    | 281 | 644.0          | 1221.0         |
| 161 | ELFGREN     | 7 - 2       | 1 | 60.0        | 30.0    | 6.0                  | 6.0                  | 56.8     | 26.8     | 27.5                  | 27.2                  | 2.35                               | 10.05                              | 6370                                   | 6460                                   | 10000                | 32767                | 0.500                               | 4730                                   | 15.0    | 327 | 469.0          | 1309.0         |
| 162 | ELFGREN     | 7 - 3       | 1 | 60.0        | 30.0    | 6.0                  | 6.0                  | 56.6     | 26.6     | 27.5                  | 27.2                  | 2.35                               | 10.05                              | 6305                                   | 6735                                   | 9900                 | 32767                | 0.260                               | 4820                                   | 11.0    | 307 | 545.0          | 2114.0         |
| 163 | KORDINA     | QT 2.1      | 0 | 24.0        | 44.0    | 0.0                  | 0.0                  | 20.4     | 40.4     | 41.6                  | 40.9                  | 0.84                               | 12.60                              | 5040                                   | 4390                                   | 4230                 | 29810                | 0.280                               | 5040                                   | 10.0    | 269 | 268.2          | 2196.3         |
| 164 | KORDINA     | QT 2.2      | 0 | 24.0        | 44.0    | 0.0                  | 0.0                  | 20.4     | 40.4     | 41.6                  | 40.9                  | 0.84                               | 12.60                              | 5040                                   | 4390                                   | 4230                 | 29810                | 0.280                               | 5040                                   | 10.0    | 237 | 408.0          | 1633.8         |
| 165 | KORDINA     | QT 2.3      | 0 | 24.0        | 44.0    | 0.0                  | 0.0                  | 20.4     | 40.4     | 41.6                  | 40.9                  | 0.84                               | 12.60                              | 5040                                   | 4390                                   | 4230                 | 29810                | 0.280                               | 5040                                   | 10.0    | 293 | 422.4          | 1071.3         |
| 166 | KORDINA     | QT 3.1      | 0 | 24.0        | 44.0    | 0.0                  | 0.0                  | 20.4     | 40.4     | 41.6                  | 40.9                  | 1.12                               | 12.60                              | 5040                                   | 4390                                   | 6350                 | 31230                | 0.280                               | 5040                                   | 6.7     | 270 | 323.3          | 2190.0         |
| 167 | KORDINA     | QT 3.2      | 0 | 24.0        | 44.0    | 0.0                  | 0.0                  | 20.4     | 40.4     | 41.6                  | 40.9                  | 1.12                               | 12.60                              | 5040                                   | 4390                                   | 6350                 | 31230                | 0.280                               | 5040                                   | 6.7     | 231 | 504.0          | 2008.8         |
| 168 | KORDINA     | QT 3.3      | 0 | 24.0        | 44.0    | 0.0                  | 0.0                  | 20.4     | 40.4     | 41.6                  | 40.9                  | 1.12                               | 12.60                              | 5040                                   | 4390                                   | 6350                 | 31230                | 0.280                               | 5040                                   | 6.7     | 239 | 499.2          | 1258.8         |
| 169 | KORDINA     | QT 4.1      | 0 | 24.0        | 44.0    | 0.0                  | 0.0                  | 20.4     | 40.4     | 41.6                  | 40.9                  | 1.40                               | 12.60                              | 5040                                   | 4390                                   | 8470                 | 32630                | 0.280                               | 5040                                   | 5.0     | 221 | 439.2          | 2196.3         |
| 170 | KORDINA     | QT 4.2      | 0 | 24.0        | 44.0    | 0.0                  | 0.0                  | 20.4     | 40.4     | 41.6                  | 40.9                  | 1.40                               | 12.60                              | 5040                                   | 4390                                   | 8470                 | 32630                | 0.280                               | 5040                                   | 5.0     | 234 | 532.0          | 1399.4         |
| 171 | KORDINA     | QT 2.4      | 0 | 24.0        | 44.0    | 0.0                  | 0.0                  | 20.4     | 40.4     | 41.6                  | 40.9                  | 1.40                               | 12.60                              | 5040                                   | 4390                                   | 5630                 | 29810                | 0.280                               | 5040                                   | 10.0    | 324 | 360.0          | 1446.3         |

# STATISTISCHE AUSWERTUNG (Spannbetonbalken) =====

ANZAHL DER VERSUCHE            V = 33

SUMME DER VERHAELTNISWERTE   QI = 30.47710

MITTELWERT                    QM = 0.92354

STANDARDABWEICHUNG           S = 0.10494

VARIATIONSKOEFFIZIENT        V = 0.11362

## HAEUFIGKEITSVERTEILUNG VON QI =====

|                   |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
|-------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| TR/TV<br>VERSUCHE | 0.00<br>0 | 0.06<br>0 | 0.10<br>0 | 0.15<br>0 | 0.20<br>0 | 0.25<br>0 | 0.30<br>0 | 0.35<br>0 | 0.40<br>0 | 0.45<br>0 |
| TR/TV<br>VERSUCHE | 0.50<br>0 | 0.55<br>0 | 0.60<br>0 | 0.65<br>0 | 0.70<br>1 | 0.75<br>1 | 0.80<br>5 | 0.85<br>3 | 0.90<br>8 | 0.95<br>5 |
| TR/TV<br>VERSUCHE | 1.00<br>5 | 1.05<br>2 | 1.10<br>1 | 1.15<br>2 | 1.20<br>0 | 1.25<br>0 | 1.30<br>0 | 1.35<br>0 | 1.40<br>0 | 1.45<br>0 |
| TR/TV<br>VERSUCHE | 1.50<br>0 | 1.55<br>0 | 1.60<br>0 | 1.65<br>0 | 1.70<br>0 | 1.75<br>0 | 1.80<br>0 | 1.85<br>0 | 1.90<br>0 | 1.95<br>0 |

VERSUCHE AN SPANNBETONBALKEN UNTER KOMBINIERTER BEANSPRUCHUNG VON TORSION UND BIEGUNG

| V   | VERFASSEN        | BEZEICHN. | LAMDA | B/D  | ZO/ZU | MUTTQ  | MUTCQ  | MOT    | MOC    | TOT    | TOC    | TRT    | TRC    | TR/TV  |
|-----|------------------|-----------|-------|------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| --- | -----            | -----     | ----- | ---  | ----- | KP/CM2 | KP/CM2 | MP*CM  | MP*CM  | MP*CM  | MP*CM  | MP*CM  | MP*CM  | -----  |
| 1   | LAMPERT-THUERLI. | TH 9      | 3.53  | 1.00 | 0.32  | 32.61  | 18.56  | 2171.1 | -852.2 | 1369.4 | 1296.5 | 1252.6 | 1605.5 | 1.1084 |
| 2   | EVANS/KHALIL     | EW 1      | 1.23  | 0.62 | 0.41  | 45.16  | 31.42  | 271.0  | -120.1 | 60.3   | 58.0   | 55.1   | 70.5   | 0.8895 |
| 3   | EVANS/KHALIL     | EW 2      | 0.56  | 0.62 | 0.41  | 48.61  | 31.42  | 271.3  | -120.5 | 64.1   | 58.1   | 52.2   | 87.8   | 0.8729 |
| 4   | EVANS/KHALIL     | EW 3      | 0.37  | 0.62 | 0.41  | 48.61  | 31.42  | 269.8  | -118.9 | 63.5   | 57.7   | 46.6   | 106.0  | 1.0215 |
| 5   | EVANS/KHALIL     | EW 4      | 0.28  | 0.62 | 0.41  | 48.61  | 31.42  | 270.7  | -119.9 | 63.9   | 58.0   | 42.6   | 125.6  | 0.9330 |
| 6   | EVANS/KHALIL     | EW 5      | 0.22  | 0.62 | 0.41  | 48.61  | 31.42  | 273.2  | -122.4 | 64.9   | 58.6   | 38.9   | 149.4  | 0.9373 |
| 7   | EVANS/KHALIL     | EW 6      | 0.18  | 0.62 | 0.41  | 48.61  | 31.42  | 272.1  | -121.3 | 64.5   | 58.3   | 35.6   | 169.1  | 1.0172 |
| 8   | EVANS/KHALIL     | EW 8      | 0.14  | 0.62 | 0.41  | 61.37  | 39.66  | 277.3  | -126.5 | 73.9   | 71.1   | 31.8   | 300.3  | 0.9735 |
| 9   | EVANS/KHALIL     | EW 11     | 1.09  | 0.62 | 0.41  | 61.37  | 39.66  | 269.1  | -118.3 | 69.8   | 68.6   | 62.1   | 89.1   | 1.0351 |
| 10  | EVANS/KHALIL     | EW 12     | 0.55  | 0.62 | 0.41  | 61.37  | 39.66  | 272.8  | -122.0 | 71.6   | 69.7   | 56.5   | 114.7  | 0.8632 |
| 11  | EVANS/KHALIL     | EW 13     | 0.37  | 0.62 | 0.41  | 61.37  | 39.66  | 273.4  | -122.6 | 71.8   | 69.8   | 50.7   | 141.7  | 0.8834 |
| 12  | EVANS/KHALIL     | EW 15     | 0.22  | 0.62 | 0.41  | 61.37  | 39.66  | 274.8  | -124.0 | 72.5   | 70.3   | 41.1   | 204.4  | 0.9361 |
| 13  | EVANS/KHALIL     | EW 18     | 0.14  | 0.62 | 0.41  | 61.37  | 39.66  | 274.7  | -123.8 | 72.5   | 70.2   | 31.4   | 298.8  | 1.0068 |
| 14  | MUKHERJEE/WARWA. | A 102     | 0.33  | 0.50 | 1.00  | 44.16  | 44.16  | 463.6  | -473.2 | 164.3  | 164.3  | 98.8   | 270.8  | 0.8135 |
| 15  | MUKHERJEE/WARWA. | A 103     | 0.74  | 0.50 | 1.00  | 44.16  | 44.16  | 461.9  | -471.5 | 164.5  | 164.5  | 129.7  | 207.7  | 0.9009 |
| 16  | MUKHERJEE/WARWA. | A 104     | 1.33  | 0.50 | 1.00  | 44.16  | 44.16  | 462.8  | -472.4 | 163.8  | 163.8  | 143.5  | 186.5  | 0.9365 |
| 17  | MUKHERJEE/WARWA. | A 105     | 2.99  | 0.50 | 1.00  | 44.16  | 44.16  | 466.3  | -476.0 | 167.3  | 167.3  | 157.6  | 177.4  | 0.9959 |
| 18  | MUKHERJEE/WARWA. | B 122     | 0.34  | 0.50 | 0.55  | 50.09  | 37.30  | 600.1  | -343.2 | 166.5  | 156.9  | 112.3  | 293.0  | 0.8022 |
| 19  | MUKHERJEE/WARWA. | B 123     | 0.75  | 0.50 | 0.55  | 50.09  | 37.30  | 591.7  | -334.5 | 159.6  | 153.1  | 133.5  | 206.5  | 0.7730 |
| 20  | MUKHERJEE/WARWA. | B 124     | 1.32  | 0.50 | 0.55  | 50.09  | 37.30  | 589.1  | -331.8 | 157.7  | 151.9  | 142.5  | 180.4  | 0.8169 |
| 21  | MUKHERJEE/WARWA. | B 125     | 2.96  | 0.50 | 0.55  | 50.09  | 37.30  | 603.0  | -346.2 | 169.2  | 159.1  | 161.4  | 171.9  | 0.9225 |
| 22  | MUKHERJEE/WARWA. | B 127     | 0.14  | 0.50 | 0.55  | 50.09  | 37.30  | 597.1  | -340.1 | 163.9  | 156.7  | 69.6   | 552.4  | 0.7780 |
| 23  | MUKHERJEE/WARWA. | C 202     | 0.33  | 0.50 | 1.00  | 63.54  | 63.54  | 675.2  | -963.0 | 213.6  | 213.6  | 135.0  | 296.3  | 0.8700 |
| 24  | MUKHERJEE/WARWA. | C 203     | 0.74  | 0.50 | 1.00  | 63.54  | 63.54  | 718.3  | -963.0 | 218.6  | 218.6  | 178.7  | 254.2  | 1.0385 |
| 25  | MUKHERJEE/WARWA. | C 204     | 1.33  | 0.50 | 1.00  | 62.93  | 62.93  | 750.0  | -963.0 | 221.7  | 221.7  | 198.4  | 241.7  | 0.9997 |
| 26  | MUKHERJEE/WARWA. | C 204A    | 1.46  | 0.50 | 1.00  | 60.77  | 60.77  | 756.5  | -963.0 | 218.1  | 218.1  | 197.7  | 235.5  | 1.0836 |
| 27  | MUKHERJEE/WARWA. | C 205     | 3.00  | 0.50 | 1.00  | 51.03  | 51.03  | 784.3  | -963.0 | 208.5  | 208.5  | 199.5  | 216.2  | 1.1273 |
| 28  | MUKHERJEE/WARWA. | C 207     | 0.14  | 0.50 | 1.00  | 63.54  | 63.54  | 723.8  | -963.0 | 220.4  | 220.4  | 87.2   | 459.1  | 0.8847 |
| 29  | MUKHERJEE/WARWA. | D 222     | 0.33  | 0.50 | 0.48  | 73.63  | 51.53  | 1076.9 | -633.2 | 194.9  | 222.7  | 149.0  | 369.3  | 0.7201 |
| 30  | MUKHERJEE/WARWA. | D 223     | 0.74  | 0.50 | 0.48  | 73.63  | 51.53  | 1054.6 | -633.2 | 191.1  | 220.1  | 169.4  | 277.1  | 0.8941 |
| 31  | MUKHERJEE/WARWA. | D 224     | 1.33  | 0.50 | 0.48  | 62.93  | 51.53  | 1020.7 | -633.2 | 174.0  | 215.4  | 163.2  | 244.7  | 0.8857 |
| 32  | MUKHERJEE/WARWA. | D 225     | 3.01  | 0.50 | 0.48  | 51.03  | 51.03  | 1099.4 | -633.2 | 171.9  | 224.2  | 167.5  | 237.8  | 0.9153 |
| 33  | MUKHERJEE/WARWA. | D 227     | 0.14  | 0.50 | 0.48  | 73.63  | 51.53  | 1034.2 | -633.2 | 188.0  | 220.1  | 103.1  | 614.9  | 0.7787 |

VERSUCHE AN SPANNBETONBALKEN UNTER KOMBINIERTER BEANSPRUCHUNG VON TORSION UND BIEGUNG

| Verfasser        | Bez.   | b    | d    | b''  | d''  | b <sub>L</sub> | d <sub>L</sub> | F <sub>co</sub> | F <sub>cu</sub> | $\beta_{sLo}$ | $\beta_{sLu}$ | $\phi_{Bü}$ | f <sub>ebü</sub> | $\beta_{sBü}$ | $\alpha_{Bü}$ | F <sub>sp</sub> | $\beta_{sp}$ | e <sub>sp</sub> | $\sigma_{vo}$ | $\sigma_{vu}$ | $\beta_p$ | T <sub>v</sub> | M <sub>v</sub> |
|------------------|--------|------|------|------|------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|---------------|---------------|-------------|------------------|---------------|---------------|-----------------|--------------|-----------------|---------------|---------------|-----------|----------------|----------------|
| LA PERT-THUERLI. | TB 0   | 50.0 | 50.0 | 45.0 | 44.0 | 43.0           | 42.0           | 2.12            | 0.78            | 5230          | 5230          | 10.0        | 0.78             | 5230          | 11.0          | 2.87            | 16120        | 21.00           | -16.8         | 64.0          | 300       | 1130.0         | 1320.0         |
| EVANS/KHALIL     | EW 1   | 12.7 | 20.3 | 9.1  | 16.7 | 7.8            | 15.4           | 0.64            | 0.32            | 2770          | 2770          | 6.3         | 0.32             | 2770          | 10.2          | 1.54            | 14400        | 3.85            | 00.0          | 126.0         | 396       | 62.0           | 50.2           |
| EVANS/KHALIL     | EW 2   | 12.7 | 20.3 | 9.1  | 16.7 | 7.8            | 15.4           | 0.64            | 0.32            | 2770          | 2770          | 6.3         | 0.32             | 2770          | 10.2          | 1.54            | 14400        | 3.85            | 00.0          | 126.0         | 399       | 59.8           | 105.2          |
| EVANS/KHALIL     | EW 3   | 12.7 | 20.3 | 9.1  | 16.7 | 7.8            | 15.4           | 0.64            | 0.32            | 2770          | 2770          | 6.3         | 0.32             | 2770          | 10.2          | 1.54            | 14400        | 3.85            | 00.0          | 126.0         | 387       | 45.7           | 121.5          |
| EVANS/KHALIL     | EW 4   | 12.7 | 20.3 | 9.1  | 16.7 | 7.8            | 15.4           | 0.64            | 0.32            | 2770          | 2770          | 6.3         | 0.32             | 2770          | 10.2          | 1.54            | 14400        | 3.85            | 00.0          | 126.0         | 394       | 45.7           | 161.0          |
| EVANS/KHALIL     | EW 5   | 12.7 | 20.3 | 9.1  | 16.7 | 7.8            | 15.4           | 0.64            | 0.32            | 2770          | 2770          | 6.3         | 0.32             | 2770          | 10.2          | 1.54            | 14400        | 3.85            | 00.0          | 126.0         | 414       | 41.5           | 187.0          |
| EVANS/KHALIL     | EW 6   | 12.7 | 20.3 | 9.1  | 16.7 | 7.8            | 15.4           | 0.64            | 0.32            | 2770          | 2770          | 6.3         | 0.32             | 2770          | 10.2          | 1.54            | 14400        | 3.85            | 00.0          | 126.0         | 405       | 35.0           | 196.0          |
| EVANS/KHALIL     | EW 8   | 12.7 | 20.3 | 9.1  | 16.7 | 7.8            | 15.4           | 0.64            | 0.32            | 2770          | 2770          | 6.3         | 0.32             | 2770          | 6.4           | 1.54            | 14400        | 3.85            | 00.0          | 126.0         | 452       | 32.7           | 232.0          |
| EVANS/KHALIL     | EW 11  | 12.7 | 20.3 | 9.1  | 16.7 | 7.8            | 15.4           | 0.64            | 0.32            | 2770          | 2770          | 6.3         | 0.32             | 2770          | 6.4           | 1.54            | 14400        | 3.85            | 00.0          | 126.0         | 382       | 60.0           | 54.6           |
| EVANS/KHALIL     | EW 12  | 12.7 | 20.3 | 9.1  | 16.7 | 7.8            | 15.4           | 0.64            | 0.32            | 2770          | 2770          | 6.3         | 0.32             | 2770          | 6.4           | 1.54            | 14400        | 3.85            | 00.0          | 126.0         | 411       | 65.5           | 110.0          |
| EVANS/KHALIL     | EW 13  | 12.7 | 20.3 | 9.1  | 16.7 | 7.8            | 15.4           | 0.64            | 0.32            | 2770          | 2770          | 6.3         | 0.32             | 2770          | 6.4           | 1.54            | 14400        | 3.85            | 00.0          | 126.0         | 416       | 57.5           | 155.0          |
| EVANS/KHALIL     | EW 15  | 12.7 | 20.3 | 9.1  | 16.7 | 7.8            | 15.4           | 0.64            | 0.32            | 2770          | 2770          | 6.3         | 0.32             | 2770          | 6.4           | 1.54            | 14400        | 3.85            | 00.0          | 126.0         | 428       | 44.0           | 199.0          |
| EVANS/KHALIL     | EW 18  | 12.7 | 20.3 | 9.1  | 16.7 | 7.8            | 15.4           | 0.64            | 0.32            | 2770          | 2770          | 6.3         | 0.32             | 2770          | 6.4           | 1.54            | 14400        | 3.85            | 00.0          | 126.0         | 427       | 31.2           | 221.0          |
| MUKHERJEE/WARMA. | A 102  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 0.00            | 31.6          | 31.6          | 365       | 121.5          | 364.0          |
| MUKHERJEE/WARMA. | A 103  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 0.00            | 34.6          | 34.6          | 356       | 144.0          | 194.0          |
| MUKHERJEE/WARMA. | A 104  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 0.00            | 31.4          | 31.4          | 361       | 152.3          | 114.8          |
| MUKHERJEE/WARMA. | A 105  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 0.00            | 34.6          | 34.6          | 381       | 158.3          | 52.8           |
| MUKHERJEE/WARMA. | B 122  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 69.2          | 384       | 140.0          | 400.0          |
| MUKHERJEE/WARMA. | B 123  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 71.7          | 338       | 172.8          | 229.5          |
| MUKHERJEE/WARMA. | B 124  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 71.7          | 326       | 174.5          | 132.0          |
| MUKHERJEE/WARMA. | B 125  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 71.3          | 403       | 175.0          | 50.0           |
| MUKHERJEE/WARMA. | B 127  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 75.7          | 366       | 89.5           | 629.0          |
| MUKHERJEE/WARMA. | C 202  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 0.00            | 84.7          | 84.7          | 326       | 155.2          | 466.0          |
| MUKHERJEE/WARMA. | C 203  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 0.00            | 85.7          | 85.7          | 361       | 172.1          | 229.5          |
| MUKHERJEE/WARMA. | C 204  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 0.00            | 85.6          | 85.6          | 392       | 198.5          | 149.0          |
| MUKHERJEE/WARMA. | C 204A | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 0.00            | 81.0          | 81.0          | 399       | 182.5          | 124.2          |
| MUKHERJEE/WARMA. | C 205  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 0.00            | 83.2          | 83.2          | 432       | 177.0          | 50.0           |
| MUKHERJEE/WARMA. | C 207  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 0.00            | 89.7          | 89.7          | 266       | 98.6           | 690.0          |
| MUKHERJEE/WARMA. | D 222  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 165.5         | 389       | 207.0          | 621.0          |
| MUKHERJEE/WARMA. | D 223  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 165.5         | 367       | 189.5          | 253.0          |
| MUKHERJEE/WARMA. | D 224  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 159.1         | 338       | 184.3          | 138.3          |
| MUKHERJEE/WARMA. | D 225  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 163.0         | 414       | 183.0          | 60.6           |
| MUKHERJEE/WARMA. | D 227  | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 177.7         | 349       | 132.5          | 928.0          |

## T e i l    I I I

Tragfähigkeit schlaffbewehrter und vorgespannter Betonbalken  
unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegung und  
Querkraft.

### 1. E i n l e i t u n g

In Teil III dieser Arbeit wird der Einfluß der Querkraft auf die Tragfähigkeit schlaffbewehrter sowie vorgespannter Betonbalken untersucht, nachdem in Teil I der Lastfall reiner Torsion und in Teil II die Lastkombination Torsion und Biegung eingehend behandelt wurden.

Die vorliegende Untersuchung beschränkt sich auf Einfeldbalken, die neben einem konstanten Torsionsmoment und einem linear variierenden Biegemoment zusätzlich einer konstanten Querkraft unterworfen sind. (Bild 1)

Die Interaktionsgleichungen lassen sich in Abhängigkeit von der reinen Biegetragfähigkeit  $M_0$  und der reinen Torsionstragfähigkeit  $T_0$  und der "reinen" Querkraft  $Q_0$  ausdrücken. Für  $T_0$  und  $M_0$  sind in Teil II die entsprechenden Formeln angegeben.

Im Falle kombinierter Beanspruchung aus  $T$ ,  $M$  und  $Q$  haben wir neben  $T$  und  $M$  mit der Querkraft  $Q$  zu tun. Da  $Q$  immer von einer Biegebeanspruchung begleitet ist, so müssen  $M$  und  $Q$  als zusammengefaßte Schnittgröße behandelt werden, nämlich das Schubbruchmoment  $M_{so}$ . Es liegt nahe, die für  $T$  und  $M$  gültigen Interaktionsgleichungen auch für  $T$ ,  $M$  und  $Q$  zu verwenden, wenn  $M_{so}$  an der Stelle von  $M_0$  eingesetzt wird.

In Abschnitt 2 werden die Interaktionsgleichungen, die von Elfgrén [1] entwickelt wurden, wiedergegeben. Abschnitt 3 befaßt sich mit dem Schubbruchmoment  $M_{so}$ .

Die Übereinstimmung der Rechnung nach den vorgeschlagenen Formeln mit den Versuchsergebnissen ist in Abschnitt 4 erläutert.

Schließlich wird in Abschnitt 5 der Einfluß der Vorspannung auf die Tragfähigkeit schlaffbewehrter Betonbalken unter T, M und Q näher untersucht.

## 2. Interaktionsgleichungen

### 2.1 Theoretische Interaktionsgleichungen nach Elfgrén [1]

Unter Zugrundelegung derselben Annahmen wie in Teil I und II erhält man für Bruchschema I (Bild 2.1) folgende Interaktionsgleichung (vgl. [1], Gl. (4 - 18))

$$\frac{M_{ul}}{M_{ol}} + \left(\frac{T_{ul}}{T_{ol}}\right)^2 + \left(\frac{Q_{ul}}{Q_{ol}}\right)^2 = 1 \quad (1)$$

Hierbei bedeutet

$$M_{ol} = 2 f_{eLu} \beta_{sLu} d_k$$

$$T_{ol} = 2 b_k d_k \sqrt{\frac{4 f_{eLu} \beta_{sLu}}{2(b_k + d_k)} \cdot \frac{f_{eB} \beta_{sB}}{a_B}}$$

$$Q_{ol} = 2 d_k \sqrt{\frac{2 f_{eLu} \beta_{sLu}}{d_k} \cdot \frac{f_{eB} \beta_{sB}}{a_B}}$$

$M_{ul}$ ,  $T_{ul}$  und  $Q_{ul}$  sind die Bruchschnittgrößen für Bruchschema I.

Für Bruchschema III erhält man analog (Bild 2.3):

$$\frac{M_{u3}}{M_{o3}} + \left(\frac{T_{u3}}{T_{o3}}\right)^2 + \left(\frac{Q_{u3}}{Q_{o3}}\right)^2 = 1 \quad (2)$$

mit

$$M_{o3} = - 2 f_{eLo} \beta_{sLo} d_k$$

$$T_{o3} = 2 b_k d_k \sqrt{\frac{4 f_{eLo} \beta_{sLo}}{2(b_k + d_k)} \cdot \frac{f_{eB} \beta_{sB}}{a_B}}$$

$$Q_{o3} = 2 d_k \sqrt{\frac{2 f_{eLo} \beta_{sLo}}{d_k} \cdot \frac{f_{eB} \beta_{sB}}{a_B}}$$

$M_{u3}$ ,  $T_{u3}$  und  $Q_{u3}$  sind die Bruchschnittgrößen für Bruchschema III

Für Bruchschema II (Bild 2.2) gilt nach Elfgrén [1, Gl. (4-31)] :

$$\left(\frac{T_{u2}}{T_{o2}}\right)^2 + \left(\frac{Q_{u2}}{Q_{o2}}\right)^2 + \frac{T_{u2} Q_{u2}}{T_{o2} Q_{o2}} \frac{2d_k}{\sqrt{d_k(d_k + b_k)}} = 1 \quad (3)$$

Dabei bedeutet

$$T_{o2} = 2 b_k d_k \sqrt{\frac{2(f_{eLo} \beta_{sLo} + f_{eLu} \beta_{sLu})}{2(b_k + d_k)} \cdot \frac{f_{eB} \beta_{sB}}{a_B}}$$

$$Q_{o2} = 2 d_k \sqrt{\frac{(f_{eLo} \beta_{sLo} + f_{eLu} \beta_{sLu})}{d_k} \cdot \frac{f_{eB} \beta_{sB}}{a_B}}$$

$T_{u2}$  und  $Q_{u2}$  sind die Bruchschnittgrößen für Bruchschema II.

## 2.2 Vorgeschlagene Interaktionsgleichungen

Berechnung der Tragfähigkeit nach den theoretischen Interaktionsgleichungen zeigten schlechte Übereinstimmung mit den in der Fachliteratur veröffentlichten Versuchsergebnissen. Aus diesem Grunde und aus den in der Einleitung zitierten Überlegungen haben wir die theoretisch abgeleiteten Interaktionsgleichungen modifiziert. Die vorgeschlagenen Gleichungen nehmen folgende Form an:

Bruchschema I:

$$\frac{M_{u1}}{M_{sol}} + \left(\frac{T_{u1}}{T_{o1}}\right)^2 = 1 \quad (4)$$

Bruchschema III :

$$\frac{M_{u3}}{M_{so3}} + \left(\frac{T_{u3}}{T_{o3}}\right)^2 = 1 \quad (5)$$



Bruchschema II:

$$\left(\frac{Q_{u2}}{Q_{o2}}\right)^2 + \left(\frac{T_{u2}}{T_{o2}}\right)^2 = 1 \quad (6)$$

Setzt man eine proportionale Laststeigerung von T, M und Q voraus, die zueinander in den Verhältnissen  $\lambda = T/M$  und  $\varphi = T/Qb$  stehen, so lassen sich die Interaktionsgleichungen (4) - (6) in Abhängigkeit von  $\lambda$  bzw.  $\varphi$  folgendermaßen ausdrücken:

$$\frac{T_{u1}}{\lambda M_{sol}} + \left(\frac{T_{u1}}{T_{o1}}\right)^2 = 1 \quad (7)$$

$$\frac{T_{u3}}{\lambda M_{so3}} + \left(\frac{T_{u3}}{T_{o3}}\right)^2 = 1 \quad (8)$$

$$\left(\frac{T_{u2}}{\varphi \cdot b \cdot Q_{o2}}\right)^2 + \left(\frac{T_{u2}}{T_{o2}}\right)^2 = 1 \quad (9)$$

Für den in Bild 1 dargestellten Balken sind beide Bereiche I und II zu untersuchen, wobei für Q die zugehörige Querkraft einzusetzen ist. Für M ist das im Abstand d (= Balkenhöhe) von der Einzellast auftretende Biegemoment einzuführen. Damit wird  $\lambda = T/(M_{\max} - Q \cdot d)$ . Diese einfache Festlegung zeigte die beste Übereinstimmung der Rechnung mit der Untersuchungsergebnissen.

Die Tragfähigkeit des Balkens unter reiner Torsionsbeanspruchung  $T_{o1}$ ,  $T_{o2}$  bzw.  $T_{o3}$  ist nach Teil II, Gl. (18) zu bestimmen. Für Bruchschema II gilt  $\lambda = \infty$ , da keine Biegebeanspruchung um die vertikale Querschnittsachse voraussetzungsgemäß vorhanden ist. Ferner gilt für Bruchschema II (vgl. Bild 3):

$$(\mu_L \beta_{sL})_1 = (\mu_L \beta_{sL})_2 = (F_{eLo} \beta_{sLo} + F_{eLu} \beta_{sLu})/F$$

Um das gesuchte Torsionsbruchmoment  $T_u$  (=Kleinstwert aus  $T_{u1}$ ,  $T_{u2}$  und  $T_{u3}$ ) bei gleichzeitiger Einwirkung von Querkraftbiegung

und Torsion zu ermitteln, muß die Schubtragfähigkeit des Balkens  $M_{os}$  bzw.  $Q_o$  zuerst errechnet werden.

Einfache und zugleich zuverlässige Formeln zur Berechnung der Schubtragfähigkeit bügelbewehrter Stahlbetonbalken sind in der Fachliteratur kaum zu finden. In [2] wurde eine empirische Formel für das Schubbruchmoment von Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung genannt. Die dort dargestellten Ergebnisse der Nachrechnung von rd. 450 Versuchen bestätigten die Zuverlässigkeit dieser Formel für Rechenzwecke. Um die genannte Formel auf Stahlbetonbalken mit Schubbewehrung auszudehnen, wurden in der letzten Zeit im Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der TU Braunschweig zahlreiche Untersuchungen durchgeführt. Aus dieser Studie entstand eine neue Formel für die Berechnung der Schubtragfähigkeit bügelbewehrter Balken, worüber in Abschnitt 3 berichtet wird. An dieser Stelle sei lediglich erwähnt, daß die neue Formel bessere Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen liefert, als die Schubformeln von Regan/Palacas [3].

### 3. Bestimmung der Schubtragfähigkeit $M_{soi}$

Das Schubbruchmoment  $M_{soi}$  läßt sich in folgender Form ausdrücken:

$$M_{soi} = \pm Q_{oi} (a-d) = \pm 0,875 b_o h_i \tau_i (a-d) \quad (10)$$

Hierbei bedeutet:

$a$  = Schubspannweite [cm] (s. Bild 1)

$d$  = Querschnittshöhe [cm]

$h_i$  = Balkennutzhöhe [cm]

$a_r = a - d$

$b_o = b$  [cm] für Rechteckquerschnitt

$= 2 t$  [cm] für Hohlkastenquerschnitt ( $t$  = Wanddicke)

$$\tau_i = \tau_{Bi} + \tau_{si} \quad [\text{kp/cm}^2] \quad \text{mit}$$

$$\tau_{Bi} = \alpha \cdot \sqrt{1,175 \beta_p [\text{kp/cm}^2]} \cdot \sqrt[3]{\frac{100 F_{eLi}}{b_o h_i}} \cdot \sqrt[4]{0,1 h_i [\text{cm}]}$$

und

$$\tau_{si} = 1,5 \cdot \omega \cdot \sqrt[4]{0,033 h_i [\text{cm}]} \cdot \frac{2^f_{eB}}{b_o a_B} \cdot \beta_{sB}$$

$$\alpha = 6,0 - 2,2 a_r/h_i \quad \text{für } a_r/h_i \leq 2,0 ,$$

$$\alpha = 0,795 + 0,293 (3,5 - a_r/h_i)^{2,5} \quad \text{für } 2,0 \leq a_r/h_i \leq 3,5 \quad \text{bzw.}$$

$$\alpha = 0,90 - 0,03 a_r/h_i \quad \text{für } a_r/h_i \geq 3,5$$

$$\omega = 0 \quad \text{für } a_r/h_i \leq 1,5 ,$$

$$\omega = -1,65 + 1,1 a_r/h_i \quad \text{für } 1,5 \leq a_r/h_i \leq 2,5 \quad \text{bzw.}$$

$$\omega = 1,1 \quad \text{für } a_r/h_i \geq 2,5$$

Für  $M_{sol}$  gilt das positive Vorzeichen mit

$$h_i = h_u ; \quad F_{eLi} = F_{eLu} [\text{cm}^2] \quad (\text{s. Bild 3})$$

bzw. für  $M_{so3}$  das negative Vorzeichen mit

$$h_i = h_o ; \quad F_{eLi} = F_{eLo} \quad \text{cm}^2$$

Wegen der übrigen Bezeichnungen vergleiche man Bild 3.

Das Schubbruchmoment  $M_{soi}$  darf auf keinen Fall größer sein als die reine Biegetragfähigkeit  $M_{oi}$  nach Gl. (16) bzw. (17) in Teil II.

Für die Querkraft  $Q_{o2}$ , die in Gl. (9) auftritt, gilt analog Gl. (10) folgende Formel:

$$Q_{o2} = 0,875 b_{o2} h_2 \tau_2 , \quad (11)$$

wobei

$$b_{o2} = d \text{ [cm] für Rechteckquerschnitt}$$

$$= 2 t \text{ [cm] für Hohlkastenquerschnitt}$$

$$h_2 = \text{Abstand der Eckstäbe von der Seitenkante [cm] (s. Bild 3)}$$

$$\tau_2 = \tau_{B2} + \tau_{s2} \text{ [kp/cm}^2\text{]} \quad \text{mit}$$

$$\tau_{B2} = \alpha \cdot \sqrt{1,175 \beta_p \text{ [kp/cm}^2\text{]}} \cdot \sqrt[3]{\frac{100 F_{eL2}}{b_{o2} h_2}} \cdot \sqrt[4]{0,1 h_2 \text{ [cm]}}$$

und

$$\tau_{s2} = 1,5 \omega \sqrt[4]{0,033 h_2 \text{ [cm]}} \cdot \frac{2 f_{eB}}{b_{o2} \cdot a_B} \beta_{sB}$$

Für  $\alpha$  und  $\omega$  gelten die vorstehenden Ausdrücke, wobei

$$h_1 = h_2 \text{ einzusetzen ist, } F_{eL2} = (F_{eLo} + F_{eLu}) / 2$$

#### 4. Vergleich der vorgeschlagenen Interaktionsgleichungen mit den Versuchsergebnissen

Die Interaktionsgleichungen (7) - (9) sollen hier überprüft werden und zwar anhand von 163 Versuchen an Stahlbetonbalken mit rechteckigen Voll- und Hohlquerschnitten. Diese Versuche sind den Versuchsberichten zahlreicher Forscher zu entnehmen. In Tabelle I sind die Literaturstellen angegeben, die zur Überprüfung der Interaktionsgleichungen dienen können.

Tabelle I gibt außerdem Auskunft über den Umfang der einzelnen Untersuchungen, ausgedrückt durch die Anzahl der brauchbaren Versuchsbalken. An dieser Stelle muß betont werden, daß alle zur Überprüfung der Gl. (7) - (9) herangezogenen Versuche in den Versuchsberichten in keiner Weise als mangelhaft dargestellt sind. Versuchsbalken, die infolge unzureichender Konstruktion versagten (z.B. infolge ungenügender Verankerung der Längsstäbe oder Bügel, zu weiten Bügelabstandes) wurden aus der Betrachtung ausgeschlossen. Da in den Untersuchungsbe-

richten keine einheitlichen Angaben über die Betonfestigkeit enthalten sind, müssen wir die an den verschiedenen Prüfkörpern ermittelten Festigkeiten auf einen Nenner bringen, nämlich  $\beta_p$  (Prismendruckfestigkeit). Die Betonfestigkeiten, die an Zylindern ( $\emptyset 15 \times 30$  cm) oder an Würfeln von 15 bzw. 20 cm Kantenlänge ermittelt wurden, sind mit den nachstehenden Faktoren umgerechnet worden:

$$\beta_{\text{zyl}} = \beta_p ; \quad \beta_{w15} \approx \beta_{w20} = \beta_p / 0,85.$$

Für jeden der 168 Versuche wurde das Verhältnis  $q_i$ , von dem rechnerischen Torsionsbruchmoment  $T_{UR}$  nach Gl. (7)  $\rightarrow$  Gl. (9) und dem im Versuch ermittelten Torsionsbruchmoment  $T_{UV}$  gebildet.

Der Mittelwert  $q_m$  beträgt

$$q_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n q_i = 0,91$$

mit einer Standardabweichung

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^n (q_i - q_m)^2 / (n-1)} = 11,1 \%,$$

die bei Stahlbetonversuchen recht niedrig ist.

Einen guten Überblick über die Form der Verteilung von  $q_i$  vermittelt die unter dem Namen Histogramm bekannte graphische Darstellung, bei der die Häufigkeit über den Klassenmitten  $q_i$  in Form aneinander gesetzter Rechtecke aufgetragen wird (Bild 4).

Bild 4 zeigt außerdem, daß der Rechenwert  $T_{UR}$  der meisten Versuche (ca. 85 % aller Versuche) unter dem zugehörigen Versuchswert  $T_{UV}$  liegt. Daraus kann die Schlußfolgerung gezogen werden, daß die vorgeschlagenen Interaktionsgleichungen Gl. (7)  $\rightarrow$  (9) die untere Grenze der Tragfähigkeit unter kombinierter Beanspruchung aus T, M und Q liefern.

## 5. Einfluß der Vorspannung

Was über den Einfluß der Vorspannung in Teil II gesagt wurde, gilt auch hier für kombinierte Beanspruchung aus T, M und Q.

Für die Berechnung der reinen Torsionstragfähigkeit kommt Gl. (19) Teil II zur Anwendung. Hierbei muß auch Bruchschema II untersucht werden. Für den Längsbewehrungsgrad  $(\mu_L \beta_{sL})_2$  gilt (s. Bild 5, Teil II)

$$(\mu_L \beta_{sL})_2 = (F_{eLo} \beta_{sLo} + F_{eLu} \beta_{sLu} + F_{sp} \beta_z) / F$$

Die Bestimmung der Schubtragfähigkeit von Spannbetonbalken mit schlaffer Bewehrung erfolgt ebenfalls nach Gl. (10) bzw. (11). Der Einfluß der Vorspannung auf die Schubtragfähigkeit wurde derart berücksichtigt, daß bei der Ermittlung des Längsbewehrungsgrades nicht nur die schlaffe Bewehrung, sondern auch die Spannglieder herangezogen wurden. Dadurch wurde der Einfluß der Vorspannung auf  $Q_o$  nur näherungsweise erfaßt. Gewiß beeinflußt die Vorspannung die Tragfähigkeit der Druckzone sowie die Ribbildung, die wiederum das Schubbruchmoment beeinflussen. Mangels geeigneter experimenteller Untersuchungen wurden die letztgenannten Faktoren z.Zt. außer acht gelassen.

In Gl. (10) bzw. (11) gelten für  $F_{eLi}$  folgende Ausdrücke:

$$F_{eL1} = F_{eLu} + F_{sp} \frac{d/2 + e_{sp}}{h_u}$$

$$F_{eL3} = F_{eLo} + F_{sp} \frac{d/2 - e_{sp}}{h_o}$$

$$F_{eL2} = \frac{F_{eLo} + F_{eLu}}{2} + F_{sp}/2$$

Zur Überprüfung dieses Vorganges konnten nur 22 brauchbare Versuche an Spannbetonbalken mit Schlaffbewehrung unter T, M und Q

herangezogen wurden [10] . Der Mittelwert des  $T_{UR}/T_{UV}$  -  
Verhältnisses beträgt für die nachgerechneten Versuche 0,89.  
Die Standardabweichung  $S$  beträgt nur 9,8 %. Dieses Ergebnis  
zeigt, daß die Tragfähigkeit schlaffbewehrter Spannbetonbalken  
anhand der hier angegebenen Formeln zutreffend ermittelt werden  
kann.

Abschließend sei erwähnt, daß bei manchen Versuchen mit geringer  
Torsionsbeanspruchung ( $T/M \lesssim 0,15$ ) ein weiterer Nachweis für  
 $M_{max}$  und  $Q$  (ohne  $T$ ) erforderlich ist. Das ist der Fall bei  
den Versuchsbalken V 102, V 107, V 127 und V 207 von Mukherjee/  
Warwaruk [10] .

## 6. Zusammenfassung

Mit Hilfe der vorgeschlagenen Interaktionsgleichungen (7) - (9)  
und unter Berücksichtigung der wahren Größen für die Torsions-  
tragfähigkeit  $T_o$  nach Teil II, Gl. (18) und für die Schubtrag-  
fähigkeit  $M_{si}$  nach Gl. (10) bzw.  $Q_{o2}$  nach Gl. (11) kann der  
Bruchwiderstand schlaffbewehrter Betonstäbe unter kombinierter  
Beanspruchung aus Torsion, Biegung und Querkraft zutreffend  
bestimmt werden.

Die Nachrechnung von 168 Versuchsbalken unter  $T$ ,  $M$  und  $Q$   
liefert folgende statischen Größen:

Mittelwert  $q = 0,91$  (auf der sicheren Seite).

Standardabweichung  $S = 11,1 \%$ .

Wie bei  $T$  und  $M$  kann der Einfluß der Vorspannung auf die Trag-  
fähigkeit durch Erweiterung der für schlaffbewehrte Bauteile  
gültigen Formeln zutreffend berücksichtigt werden.

L i t e r a t u r

- [1] Elfgren, L. "Reinforced Concrete Beams Loaded in Combined Torsion, Bending and Shear". Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Göteborg, Publication 71 : 3, 1972.
- [2] Rafla, K. "Empirische Formeln zur Berechnung der Schubtragfähigkeit von Stahlbetonbalken", Teil 1, Straße Brücke Tunnel, 1971, H. 12, S. 311 - 320.
- [3] Palacas, A./ Regan, P.E. "Shear Failure of Reinforced Beams". Journal of ACI, 1971, S. 763.
- [4] Lyalin, I.M. "Experimental Studies of the Behavior of Reinforced Concrete Beams with Rectangular Cross-Section Subjected to the Combined Action of Transverse Force Flexural and Torsional Moment". Institut Betona i Zhelezobetona. Trudy, Nr. 5, 1959, S. 54 - 77.
- [5] Lessig, N. "Investigation of the cases of failure due to crushing of the concrete of rectangular reinforced concrete elements subjected to combined bending and torsion. Institut Betona i Zhelezobetona, Moscow, Trudy, Nr. 23, 1961, S. 229 - 271.
- [6] Osburn, D.L./ Mayoglou, B./ Mattock, A.H. "Strength of Reinforced Concrete Beams with Web Reinforcement on Combined Torsion, Shear and Bending". Journal of ACI, Jan. 1969 S. 31 - 40.
- [7] Mc Mullen, A./ Warwaruk, J.: "Concrete Beams in Bending, Torsion and Shaer." Journal of the Structural Division, Proc. of ASCE, St 5, Mai 1970, S. 885 - 903.
- [8] Gesund, H./ Mills, D./ Martin, V.: "Ultimate Strength Tests of Reinforced Concrete Beams in Combined Torsion, Bending and Shear". Abhandlungen der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau. Jg. 1968, Bd. 28-II S. 31 - 48.
- [9] Collins, M.R./ Walsh, P./ Archer, F./ Hall, A. "Reinforced Concrete in Torsion". UNICIV-Report Nr. 31: University of New South Wales, Kensington NSW, Australien, März 1968.
- [10] Mukherjee, P./ Warwaruk, J.: "Torsion, Bending and Shaer in Prestressed Concrete". Journal of the Structural Division, Proc. of ASCE St 4, April 1971, S. 1063-1079.



T a b e l l e I : Zusammenstellung der Versuchsberichte

| Verfasser              | Jahr-<br>gang | Literatur-<br>stelle | Anzahl der brauch-<br>baren Versuche |
|------------------------|---------------|----------------------|--------------------------------------|
| Lyalin                 | 1959          | [4]                  | 30                                   |
| Lessig                 | 1961          | [5]                  | 30                                   |
| Osburn u.a.            | 1969          | [6]                  | 14                                   |
| Mc Mullen/<br>Warwaruk | 1970          | [7]                  | 12                                   |
| Gesund u.a.            | 1968          | [8]                  | 3                                    |
| Collins                | 1968          | [9]                  | 59                                   |
| Elfgren                | 1972          | [1]                  | 20                                   |
| Summe                  |               |                      | 168                                  |

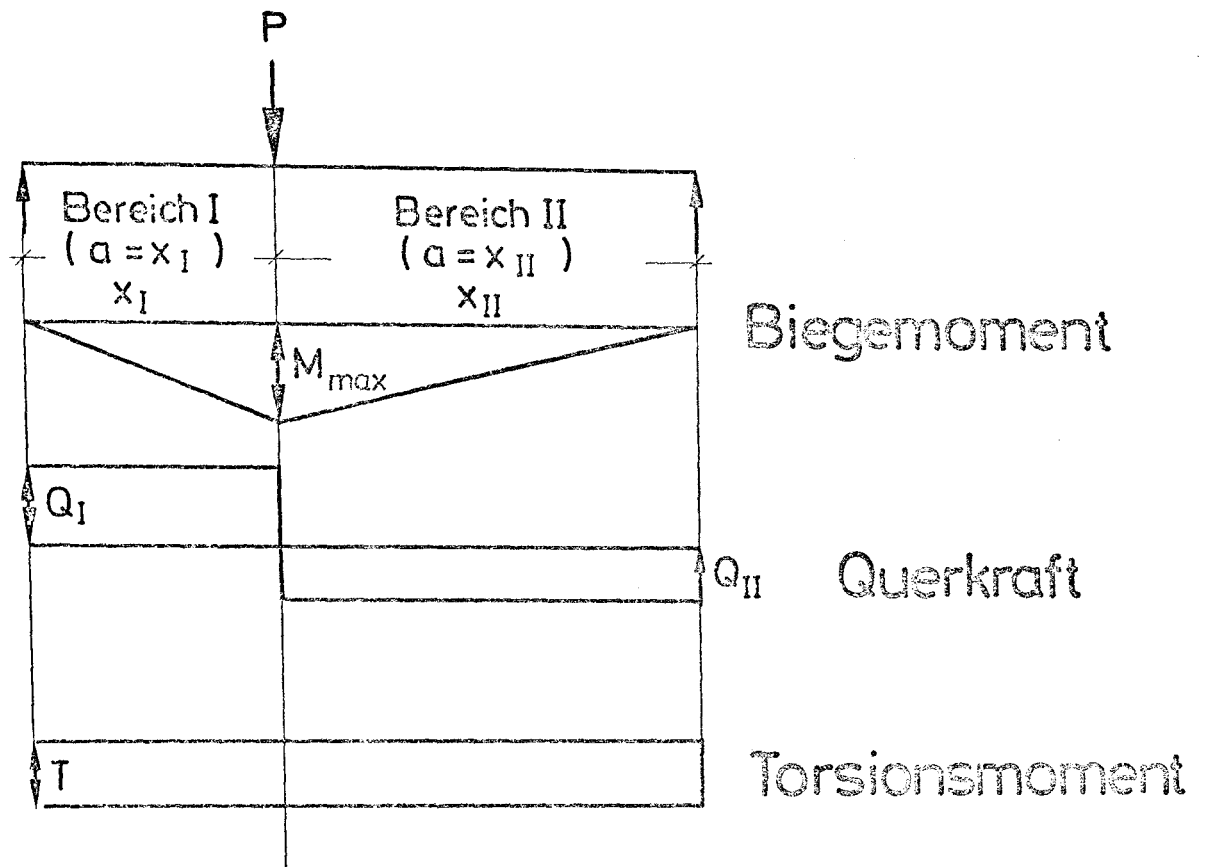


Bild 1 Schnittkräfte

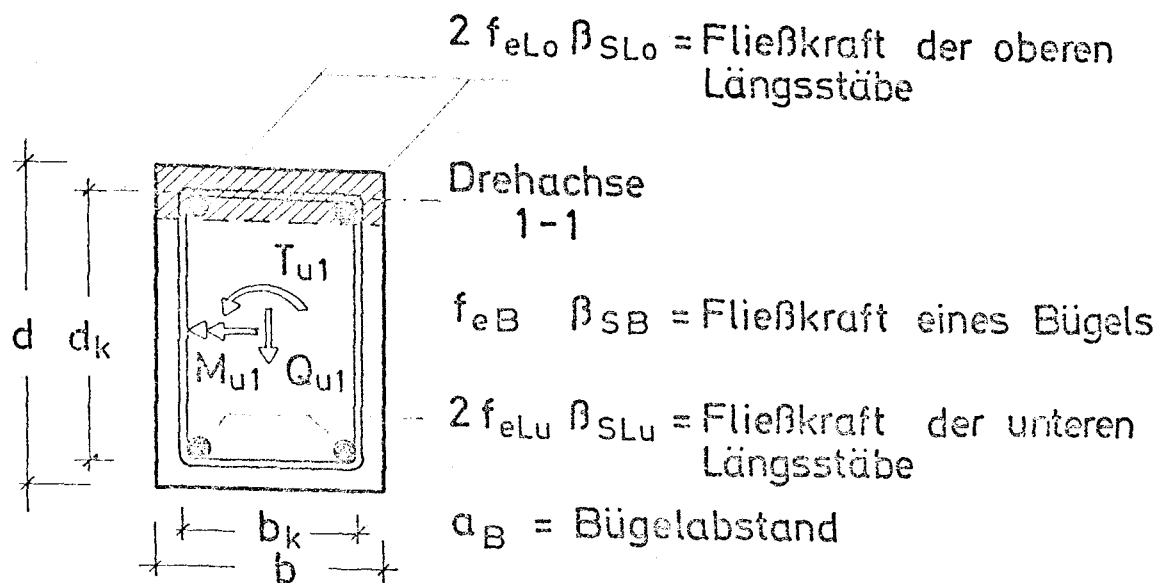


Bild 2.1 Bruchschema I

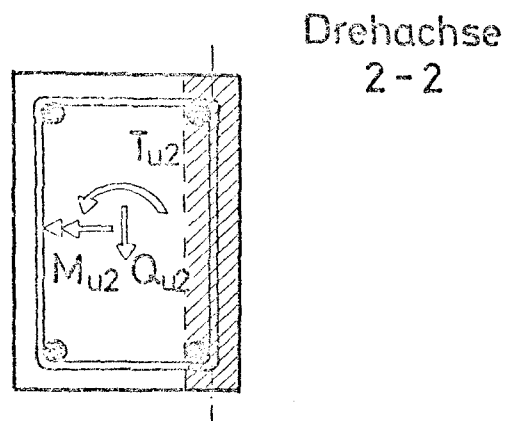


Bild 2.2 Bruchschema II

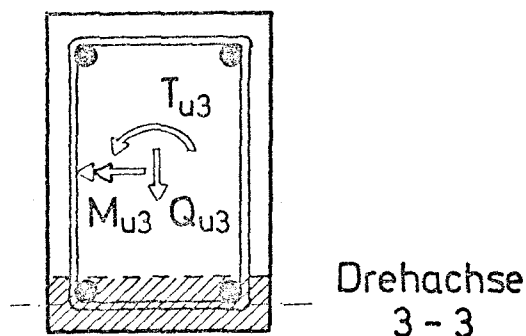


Bild 2.3 Bruchschema III

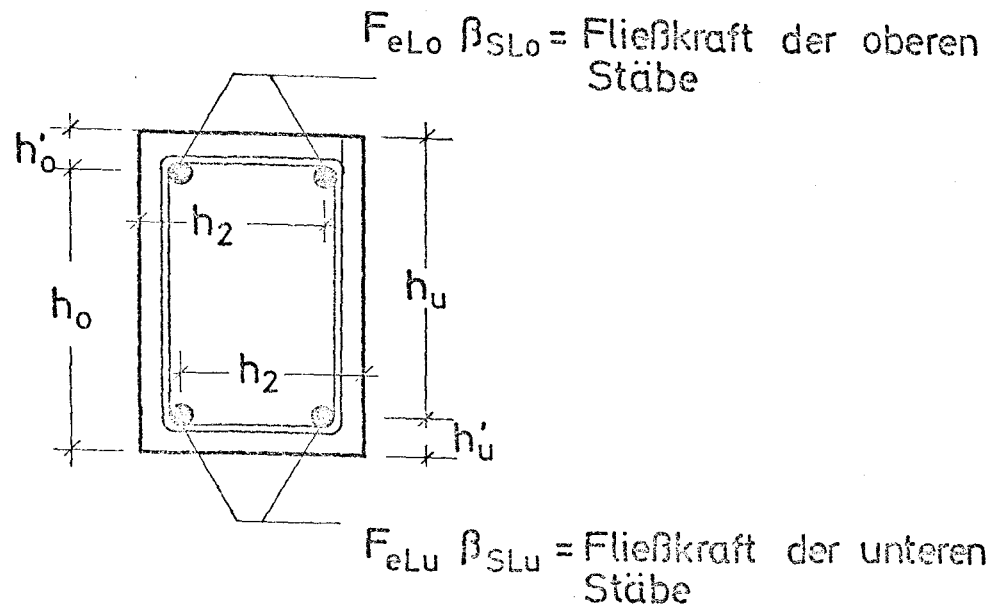


Bild 3 Querschnittsbezeichnung

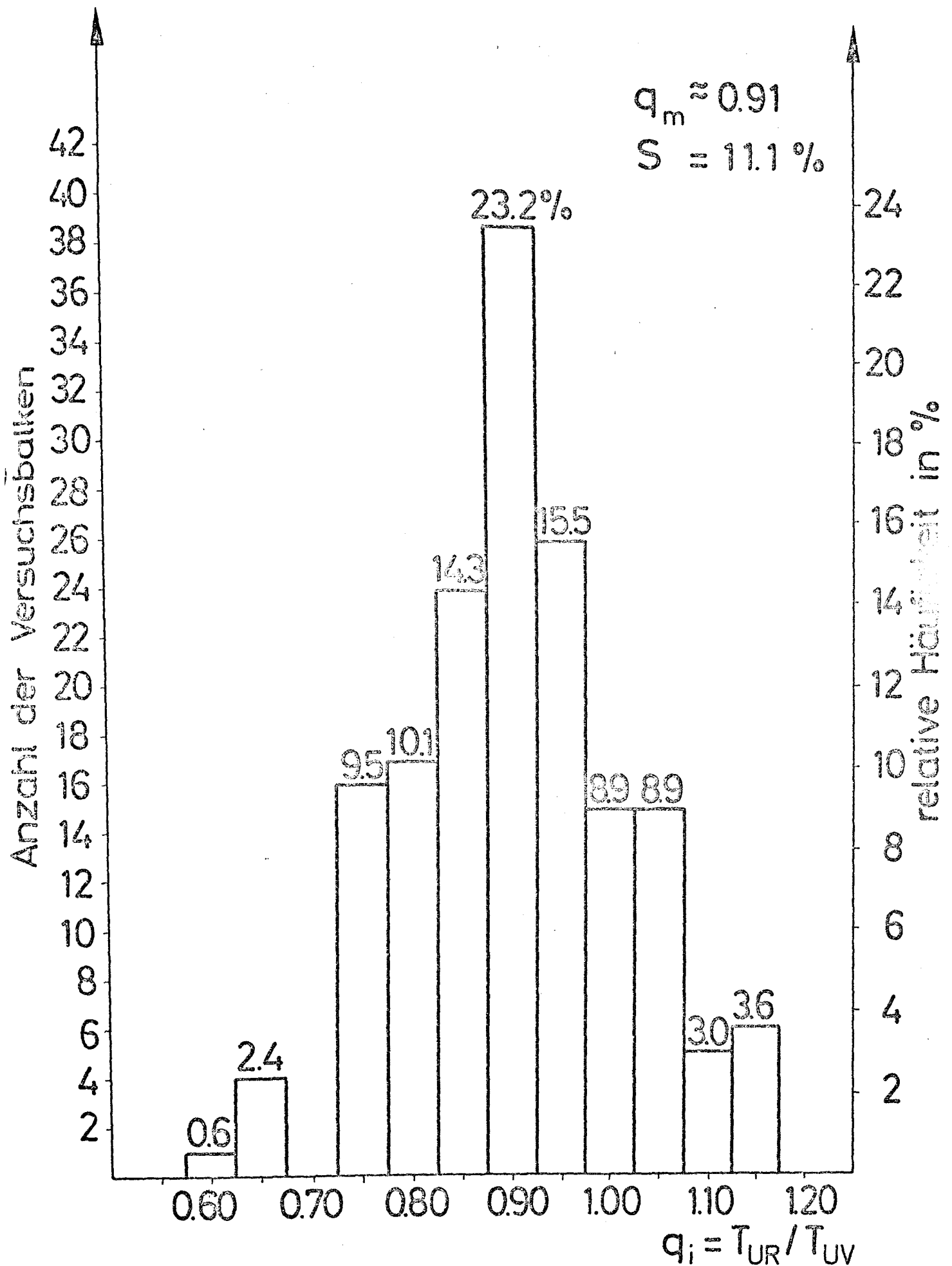


Bild 4 Häufigkeitsverteilung von  $q_i$   
 für 168 Versuche

VERSUCHE AN SPANNBETONBALKEN UNTER KOMBINIERTER BEANSPRUCHUNG AUS TORSION, BIEGUNG UND QUERKRAFT

| V  | VERFASSEN         | BEZEICHN | K | MOT<br>MP*CM | MOC<br>MP*CM | TOT<br>MP*CM | TOC<br>MP*CM | TOS<br>MP*CM | GOT<br>MP | QOC<br>MP | QOS<br>MP | TRM<br>MP*CM | TRC<br>MP*CM | VER   |
|----|-------------------|----------|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|-----------|-----------|--------------|--------------|-------|
| 1  | MUKHERJEE/WARWA.V | 102      | 0 | 447.1        | -465.1       | 157.6        | 157.6        | 154.9        |           |           | 6.76      | 66.6         | 127.5        | 0.763 |
| 2  | MUKHERJEE/WARWA.V | 107      | 0 | 440.4        | -465.1       | 153.9        | 153.9        | 151.4        | 14.63     | 14.63     | 6.67      | 32.5         | 80.1         | 0.801 |
| 3  | MUKHERJEE/WARWA.V | 127      | 0 | 591.5        | -334.3       | 159.4        | 151.8        | 159.1        | 15.10     | 14.84     | 6.94      | 42.3         | 83.3         | 0.763 |
| 4  | MUKHERJEE/WARWA.V | 207      | 0 | 725.9        | -963.0       | 217.6        | 217.6        | 176.9        | 15.65     | 15.65     | 7.43      | 53.0         | 90.7         | 0.828 |
| 5  | MUKHERJEE/WARWA.V | 103      | 0 | 452.5        | -465.1       | 160.1        | 160.1        | 157.5        | 15.00     | 15.00     | 7.20      | 111.9        | 149.0        | 0.907 |
| 6  | MUKHERJEE/WARWA.V | 104      | 0 | 461.4        | -470.9       | 163.6        | 163.6        | 160.9        | 15.21     | 15.21     | 7.38      | 133.4        | 157.0        | 0.904 |
| 7  | MUKHERJEE/WARWA.V | 105      | 0 | 449.8        | -465.1       | 157.0        | 157.0        | 154.4        | 14.94     | 14.94     | 7.15      | 143.5        | 154.0        | 0.970 |
| 8  | MUKHERJEE/WARWA.V | 122      | 0 | 585.9        | -331.8       | 155.4        | 148.4        | 155.4        | 15.12     | 14.86     | 7.19      | 86.7         | 130.0        | 0.792 |
| 9  | MUKHERJEE/WARWA.V | 123      | 0 | 585.6        | -331.8       | 155.2        | 148.2        | 155.2        | 15.12     | 14.85     | 7.20      | 118.6        | 144.8        | 0.812 |
| 10 | MUKHERJEE/WARWA.V | 124      | 0 | 588.0        | -331.8       | 156.9        | 150.7        | 157.6        | 15.17     | 14.90     | 7.24      | 134.4        | 150.5        | 0.861 |
| 11 | MUKHERJEE/WARWA.V | 125      | 0 | 595.1        | -338.0       | 162.2        | 154.3        | 161.8        | 15.35     | 15.07     | 7.39      | 150.7        | 157.1        | 0.970 |
| 12 | MUKHERJEE/WARWA.V | 202      | 0 | 722.7        | -963.0       | 216.3        | 216.3        | 175.9        | 15.81     | 15.81     | 7.87      | 113.2        | 145.5        | 0.891 |
| 13 | MUKHERJEE/WARWA.V | 203      | 0 | 716.0        | -963.0       | 215.0        | 215.0        | 174.8        | 15.78     | 15.78     | 7.84      | 158.7        | 167.4        | 0.931 |
| 14 | MUKHERJEE/WARWA.V | 204      | 0 | 771.4        | -963.0       | 224.8        | 224.8        | 182.8        | 16.09     | 16.09     | 8.10      | 190.0        | 180.1        | 1.015 |
| 15 | MUKHERJEE/WARWA.V | 205      | 0 | 766.3        | -963.0       | 213.2        | 213.2        | 182.0        | 16.06     | 16.06     | 8.07      | 198.3        | 181.5        | 1.127 |
| 16 | MUKHERJEE/WARWA.V | 222      | 0 | 1105.2       | -633.2       | 200.1        | 224.7        | 182.1        | 16.39     | 15.81     | 8.12      | 133.1        | 150.5        | 0.834 |
| 17 | MUKHERJEE/WARWA.V | 223      | 0 | 1107.7       | -633.2       | 200.6        | 224.8        | 182.2        | 16.40     | 15.83     | 8.13      | 166.6        | 174.4        | 0.977 |
| 18 | MUKHERJEE/WARWA.V | 224      | 0 | 1114.8       | -633.2       | 202.0        | 225.9        | 183.2        | 16.45     | 15.87     | 8.17      | 181.7        | 180.5        | 0.981 |
| 19 | MUKHERJEE/WARWA.V | 225      | 0 | 1080.7       | -633.2       | 175.0        | 221.4        | 179.1        | 16.23     | 15.67     | 7.99      | 167.7        | 171.8        | 1.026 |
| 20 | MUKHERJEE/WARWA.V | 227      | 0 | 1057.8       | -633.2       | 191.7        | 218.4        | 176.6        | 16.09     | 15.55     | 7.88      | 76.9         | 89.9         | 0.879 |
| 21 | MUKHERJEE/WARWA.S | 1        | 0 | 579.5        | -331.8       | 163.1        | 173.6        | 178.5        | 20.73     | 20.48     | 9.27      | 107.0        | 150.6        | 0.753 |
| 22 | MUKHERJEE/WARWA.S | 2        | 0 | 448.2        | -465.1       | 179.8        | 179.8        | 179.8        | 20.65     | 20.65     | 9.30      | 100.0        | 164.6        | 0.858 |

VERSUCHE AN SPANNBETONBALKEN UNTER KOMBINierter BEANSPRUCHUNG AUS TORSION, BIEGUNG UND QUERKRAFT

| Verfasser              | Bez. | b    | d    | b''  | d''  | b <sub>L</sub> | d <sub>L</sub> | F <sub>eo</sub> | F <sub>eu</sub> | $\beta_{SLo}$ | $\beta_{SLU}$ | $\phi_{Bü}$ | F <sub>eBü</sub> | $\beta_{SBü}$ | $\alpha_{Bü}$ | F <sub>SP</sub> | $\beta_{SP}$ | e <sub>SP</sub> | $\sigma_{Vo}$ | $\sigma_{Vu}$ | $\beta_p$ | T <sub>V</sub> | M <sub>V,max</sub> | Q <sub>V</sub> |
|------------------------|------|------|------|------|------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|---------------|---------------|-------------|------------------|---------------|---------------|-----------------|--------------|-----------------|---------------|---------------|-----------|----------------|--------------------|----------------|
| MUKHERJEE/WARMA. V 102 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 0.00            | 37.2          | 37.2          | 291       | 87.3           | 481.0              | 2.63           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 107 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 0.00            | 35.4          | 35.4          | 269       | 40.6           | 525.0              | 2.87           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 127 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 67.0          | 237       | 55.5           | 720.0              | 3.94           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 207 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 0.00            | 79.5          | 79.5          | 368       | 64.0           | 824.0              | 4.50           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 103 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 0.00            | 37.0          | 37.0          | 312       | 123.4          | 306.0              | 1.67           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 104 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 0.00            | 33.2          | 33.2          | 353       | 147.5          | 205.0              | 1.12           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 105 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 0.00            | 32.7          | 32.7          | 301       | 148.0          | 91.5               | 0.50           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 122 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 63.6          | 312       | 109.5          | 610.0              | 3.32           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 123 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 63.2          | 311       | 145.9          | 360.0              | 1.97           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 124 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 69.0          | 321       | 156.0          | 218.0              | 1.19           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 125 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 1.50            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 70.0          | 350       | 155.4          | 100.5              | 0.55           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 202 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 0.00            | 76.6          | 76.6          | 365       | 127.0          | 706.0              | 3.86           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 203 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 0.00            | 75.0          | 75.0          | 359       | 170.5          | 420.1              | 2.30           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 204 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 0.00            | 83.4          | 83.4          | 416       | 177.5          | 247.0              | 1.35           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 205 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 0.00            | 82.8          | 82.8          | 410       | 161.0          | 100.5              | 0.55           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 222 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 157.2         | 421       | 159.5          | 885.0              | 4.84           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 223 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 156.2         | 424       | 170.5          | 421.0              | 2.30           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 224 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 156.6         | 433       | 184.0          | 258.0              | 1.41           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 225 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 156.0         | 393       | 163.5          | 102.5              | 0.56           |
| MUKHERJEE/WARMA. V 227 |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 7.6           | 3.71            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 154.4         | 370       | 87.5           | 1210.0             | 6.60           |
| MUKHERJEE/WARMA. S 1   |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 5.1           | 1.50            | 17600        | 5.05            | 00.0          | 75.0          | 289       | 142.0          | 525.0              | 2.87           |
| MUKHERJEE/WARMA. S 2   |      | 15.3 | 30.4 | 12.1 | 27.3 | 10.5           | 25.6           | 1.42            | 1.42            | 3500          | 3500          | 6.3         | 0.32             | 3500          | 5.1           | 1.50            | 17600        | 0.00            | 38.1          | 38.1          | 295       | 116.5          | 432.0              | 2.36           |



## Einleitung

Das Verhalten von Spannbetonbauteilen bis zum Bruch unter den einfachen Beanspruchungsarten Längskraft, Biegung und Querkraft wurde eingehend untersucht. Bisher fehlen aber systematische Untersuchungen für den Lastfall Torsion und besonders die kombinierten Beanspruchungen Torsion-Biegung und Torsion-Querkraft. Solche Fälle treten sehr oft in der Praxis auf, z.B. bei schiefen und gekrümmten Brücken, Rampen, Treppen usw. Eine genauere Kenntnis des Bruch- und Verformungsverhaltens unter diesen Beanspruchungen erweist sich als notwendig, wenn man die Tragfähigkeit und den Festigkeitsabfall auftr.

## • "Vorgespannte Bauteile unter Biegung, Querkraft und Torsion"

### Auswertung der Literatur

Die vorliegende Arbeit soll die wichtigsten Beanspruchung ermittelten Worten. Deshalb stellt der Verfasser den Einfluß der zusätzlichen Torsionsbelastung auf die Sicherheit der nach dem Traglastverfahren unter Biegung bemessenen Spannbetonbauteile eine aktuelle Forschungsaufgabe dar.

Die Anzahl der bisherigen Torsionsversuche ist gering. Der Umfang sehr beschränkt und läßt Zweifel offen, ob es gelungen ist, das Torsionsproblem in hinreichend allgemeiner Weise zu untersuchen.

### Forschungsvorhaben: V 59.19

### des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton

### (Vorläufiger Abschlußbericht)

Es sind jedoch die bisherigen Untersuchungen in Bezug auf die Torsion im Spannbetonbau zu betrachten. Diese Untersuchungen führen keineswegs zur vollständigen Klärung des Torsionsproblems in Spannbetonkonstruktionen, vielmehr handelt es sich um Einzelprobleme. Die Untersuchungen werden erweitert werden durch die Möglichkeit der unmittelbaren Anwendung der Versuchsergebnisse für die Lösung bestimmter Probleme aus der Praxis oder durch die Entwicklung einer Bruchtheorie für Beton unter zusammengesetzten Beanspruchungen anhand der Versuchsergebnisse zu entwickeln.

Auch die bisher veröffentlichten Versuchsergebnisse unterliegen z.B. keiner befriedigenden theoretischen Erklärung. Deshalb steht der Verfasser einer komplizierten Situation gegenüber, wenn für die Lösung gestellt wird, eine wirtschaftliche Bemessung Spannbetonbauteile unter Torsionbauteile durchzuführen.

Es ist somit notwendig, die vorhandenen Versuchsergebnisse an Torsionskörpern unter Torsionsbelastung zu erweitern und zu systematisieren, um

BIBLIOTHEK  
 Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz  
 der Technischen Universität Braunschweig  
 Beethovenstraße 52  
 D-3300 Braunschweig



## 1. E i n l e i t u n g

Das Verhalten von Spannbetonträgern bis zum Bruch unter den einfachen Beanspruchungsarten Längskraft, Biegung und Querkraft wurde eingehend untersucht. Bisher fehlen aber systematische Untersuchungen für den Lastfall Torsion und besonders die kombinierten Beanspruchungen Torsion-Biegung und Torsion-Querkraft. Solche Fälle treten sehr oft in der Praxis auf, z-B. bei schiefen und gekrümmten Brücken, Rampen, Treppen usw. Eine genauere Kenntnis des Bruch- und Verformungsverhaltens unter diesen Beanspruchungen erweist sich als notwendig. Ferner kann im Falle ungünstiger Kombinationen der zusammengesetzten Belastungen ein erheblicher Festigkeitsabfall auftreten, im Vergleich zu den durch die einachsige Beanspruchung ermittelten Werten. Deshalb stellt das Studium des Einflusses der zusätzlichen Torsionsbelastung auf die Sicherheit der nach dem Traglastverfahren unter Biegung bemessenen Spannbetonbalken eine aktuelle Forschungsaufgabe dar.

Die Anzahl der bisherigen Torsionsversuche an Spannbetonkörpern ist in ihrem Umfang sehr beschränkt und läßt deutlich erkennen, daß kein Versuch unternommen worden ist, das Torsionsproblem im Spannbeton auf dem experimentellen Wege systematisch zu untersuchen.

Es sind jedoch seit den letzten fünfzehn Jahren einzelne Bemühungen im Gange, zumindest einen Anfang in dieser Richtung zu erzielen. Diese Bemühungen führen keineswegs zur einheitlichen Erfassung des Torsionsproblems in Spannbetonkonstruktionen, vielmehr beschäftigen sie sich mit Einzelproblemen. Die Bemühungen werden angeregt entweder durch die Möglichkeit der unmittelbaren Anwendung der Versuchsergebnisse für die Lösung bestimmter Probleme aus der Praxis oder durch das Bestreben, eine Bruchtheorie für Beton unter zusammengesetzten Beanspruchungen anhand der Versuchsergebnisse zu entwickeln.

Auch die bisher veröffentlichten Meßergebnisse unterliegen z.Zt. keiner befriedigenden theoretischen Erklärung. Deshalb steht der Ingenieur einer komplizierten Situation gegenüber, wenn ihm die Aufgabe gestellt wird, eine wirtschaftliche Bemessung torsionsbeanspruchter Spannbetonbauteile durchzuführen.

Es ist somit notwendig, die vorhandenen Versuchsergebnisse an Spannbetonkörpern unter Torsionsbelastung zu analysieren und zu systematisieren, um

einen Einblick in das Verhalten torsionsbeanspruchter Spannbetonbauelemente zu gewinnen.

## 2. L i t e r a t u r ü b e r s i c h t

In diesem Abschnitt soll versucht werden, die in der internationalen Literatur bekannt gewordenen Ergebnisse von Torsionsversuchen an Spannbetonkörpern zusammenzufassen und einen Überblick über den derzeitigen Stand der Forschung auf diesem Gebiet zu erlangen.

### 2.1 Nylander [1] , 1945

Die umfangreiche Untersuchung setzt sich aus mehreren Abschnitten zusammen. Zitiert werden jedoch nur die Zusammenhänge mit Spannbetonkörpern.

Zuerst befaßt sich der Verfasser mit den Gesetzen, die die Tragfähigkeit von Betonbalken unter reiner Torsionsbeanspruchung beschreiben. Im Hinblick auf die Art der im Versuch beobachteten Brüche von Betonbalken unter Torsion kann angenommen werden, daß es sich um einen Trennzugbruch handelt. Das Versagen des Balkens tritt auf, wenn die sich aus den Schubspannungen infolge des Torsionsmomentes ergebenden Hauptzugspannungen die Zugfestigkeit des Betons erreichen. Bei Berechnung der Bruchlast scheint es berechtigt, ein ideelles plastisches Material zugrundezulegen, zumindest hinsichtlich der nicht im Bruchzustand zu vernachlässigenden plastischen Verformungen. Bei der Berechnung der Tragfähigkeit der Betonkörper unter reiner Torsion wurde die nach der Plastizitätstheorie ermittelte Größe für die Schubspannung gleich der Zugfestigkeit des Betons gesetzt.

Aus dem Vergleich mit früheren Versuchsergebnissen stellte Nylander fest, daß die nach seiner Berechnungsmethode ermittelten Traglasten mit den Meßwerten in Übereinstimmung sind. Zur Bestimmung der Zugfestigkeit des Betons gibt der Verfasser folgende Formel an:

$$\sigma_z \text{ [kp/cm}^2\text{]} = 0,4 \beta_w^{2/3} ,$$

wobei  $\beta_w \text{ [kp/cm}^2\text{]}$  die Würfelfestigkeit des Betons bedeutet.

Im Abschnitt II seiner Arbeit wurde der Einfluß der Normalspannungen auf die Tragfähigkeit torsionsbeanspruchter Betonkörper untersucht. Zu diesem Zweck prüfte Nylander unter reiner Torsion 16 Betonkörper mit quadratischem Querschnitt (20 x 20 cm). Alle Versuchsbalken erhielten im Meßbereich (Länge = 100 cm) keine schlaffe Bewehrung. Durch 2 freiliegende Spannglieder wurde die über den Querschnitt gleichmäßig verteilte Normalspannung von 0 bis zu 50 % der Druckfestigkeit des Betons variiert. Die Balken der Versuchsreihe I wurden aus B 300 hergestellt, während für die Versuchsserie II eine niedrige Betongüte (B 200) verwendet wurde. Die gewonnenen Versuchsergebnisse bestätigen die Hypothese, nach der der Bruch geschieht, wenn die Hauptzugspannung  $\sigma_I$  die Zugfestigkeit des Betons erreicht, vorausgesetzt, daß die gleichzeitig auftretende Hauptdruckspannung  $\sigma_{II}$  geringer als 50 bis 60 % der Prismendruckfestigkeit des Betons ist.

Wie bei nicht vorgespannten Betonkörpern machte Nylander auch Gebrauch von der Plastizitätstheorie bei der Ermittlung der Schubspannungen torsionsbeanspruchter Stahlbetonbalken.

Daß die Hauptzugspannung  $\sigma_I$  für den Bruch maßgebend ist, wenn die Hauptdruckspannung  $\sigma_{II}$  kleiner als 50 bis 60 % ist, stimmt mit den Versuchsbeobachtungen überein, die andeuten, daß Druck- und Zugbrüche charakteristisch ganz verschieden sind.

Aus den Versuchsergebnissen ist ferner festzustellen, daß die Vorspannung die Tragfähigkeit eines Betonkörpers bis auf 250 % erhöhen kann.

Im Abschnitt III wird der Einfluß eines Biegemomentes auf die Tragfähigkeit nicht vorgespannter Betonbalken untersucht. Abschnitt IV befaßt sich ebenfalls mit der Traglast nicht vorgespannter Körper, jedoch unter kombinierter Beanspruchung von Querkraft und Torsionsmoment.

Die letzten Abschnitte der Arbeit behandeln den Lastfall Zwängung in Stahlbetonkonstruktionen infolge Torsion. Auf Einzelheiten wird hier nicht eingegangen, da die in Abschn. III - IV behandelten Probleme nicht im Rahmen unserer Untersuchungen liegen.

## 2.2 Schaden [2], 1953

Die theoretische Untersuchung des Verfassers befaßte sich zunächst mit der Ermittlung des Torsionsrißmomentes und anschließend mit der Berechnung des Bruchmomentes von auf reine Torsion beanspruchten Stahlbetonkörpern. Einleitend gab der Verfasser die Gleichungen für das Bruchmoment eines nicht bewehrten Betonquerschnittes an, die aufgrund der Plastizitätstheorie der Torsion abgeleitet wurden. Neben Kreis- und Rechteckquerschnitten wurden mehrfach zusammenhängende Querschnitte (z.B. Kastenquerschnitte) behandelt. Dem Verfasser ist es gelungen, allgemeine Beziehungen zwischen dem Verdrehungswinkel  $\varphi$  und den Formänderungen der einachsigen Beanspruchung  $\varepsilon_z$  (Zug) und  $-\varepsilon_d$  (Druck) aufzustellen. Der Verdrehungswinkel beim Bruch  $\varphi_u$  ergab sich als Funktion der Bruchdehnung  $\varepsilon_{u,z}$  unabhängig vom Schubmodul  $G$ .

Diese Beziehungen gestatten es, unter bestimmten Voraussetzungen (Proportionalität zwischen Spannungen und Dehnungen) aus dem gemessenen spezifischen Verdrehungswinkel  $\varphi$  die entsprechenden Hauptdehnungen zu berechnen.

Für die Ermittlung der Spannungs-Dehnungslinie von Beton aus der Verdrehungslinie  $T = T(\varphi)$  eines Torsionsversuches wurde die Mohr'sche Bruchtheorie mit einer parabolischen Umhüllenden zugrundegelegt. Die Grenzbedingung lautet:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + a (\sigma_1 + \sigma_2) = b^2 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{wobei } a &= 2 (\sqrt{c+1} - 1)^2 \sigma_z \\ b^2 &= -(c + 4 - 4\sqrt{c+1}) c \sigma_z^2 \\ c &= \frac{\sigma_D}{\sigma_z} = \frac{\text{Druckfestigkeit des Betons}}{\text{Zugfestigkeit des Betons}} \end{aligned}$$

$$\sigma_1, \sigma_2 = \text{Hauptdruck- und Hauptzugspannungen}$$

sind.

Die für Beton aus der  $T - \varphi$  - Linie unter Annahme der Hüllparabel berechnete Spannungs-Dehnungslinie zeigt mit der im Zugversuch ermittelten  $\sigma - \varepsilon$  - Linie gute Übereinstimmung. Daher schlägt

der Verfasser vor, die Ermittlung der Zugfestigkeit und Bruchdehnung von Beton im Verdrehversuch eines Kreisquerschnittes durchzuführen.

In einem II. Teil untersuchte der Verfasser den Einfluß der Bewehrung (Längseisen, Spiralbewehrung, Bügel und Längseisen) auf die Reiß- und Bruchlast des auf reine Torsion beanspruchten Stahlbetonkörpers. Bügel allein oder Längseisen allein ergaben nur eine unbedeutende Erhöhung der Reiß- und Bruchlast des unbewehrten Betons. Die Unterschiede zwischen den theoretischen Ergebnissen und Versuchswerten liegen unter 7 %.

Die Wirkung einer Vorspannung in Richtung der Hauptspannungen bzw. in der Längsrichtung wurde ebenfalls behandelt. Der Verfasser stellte fest, daß eine Vorspannung in Richtung der Hauptzugspannungen (unter  $45^\circ$  zur Stabachse) eine Erhöhung des Reißmomentes bis zum rund doppelten Wert des nicht bewehrten Querschnitts bewirken konnte.

Die Bruchbedingung des ebenen Spannungszustandes ist nach der Mohr'schen Theorie mit parabolischer Hüllinie durch Gl. (1) gegeben worden.

$$\text{Mit } \sigma_1 - \sigma_2 = 2 \left( \frac{\sigma_v}{2} \right)^2 + \frac{2}{v} \text{ und } \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_v$$

wird für den Fall der reinen Torsion mit Längskraft die allgemeine Bruchbedingung

$$\tau_v = \pm \frac{1}{2} \sqrt{b^2 - \sigma_v (\sigma_v + a)}, \quad (2)$$

wobei sich "a" und "b" aus Gl. (1) bestimmen. Die Bruchbedingung (2) gilt, solange  $\sigma_v \geq 2 \sigma_z - \frac{a}{2}$  ist.

Für  $\sigma_v \leq 2 \sigma_z - \frac{a}{2}$  gilt folgende Beziehung

$$\tau_v = \sqrt{\sigma_z^2 - \sigma_v \cdot \sigma_z} \quad (3)$$

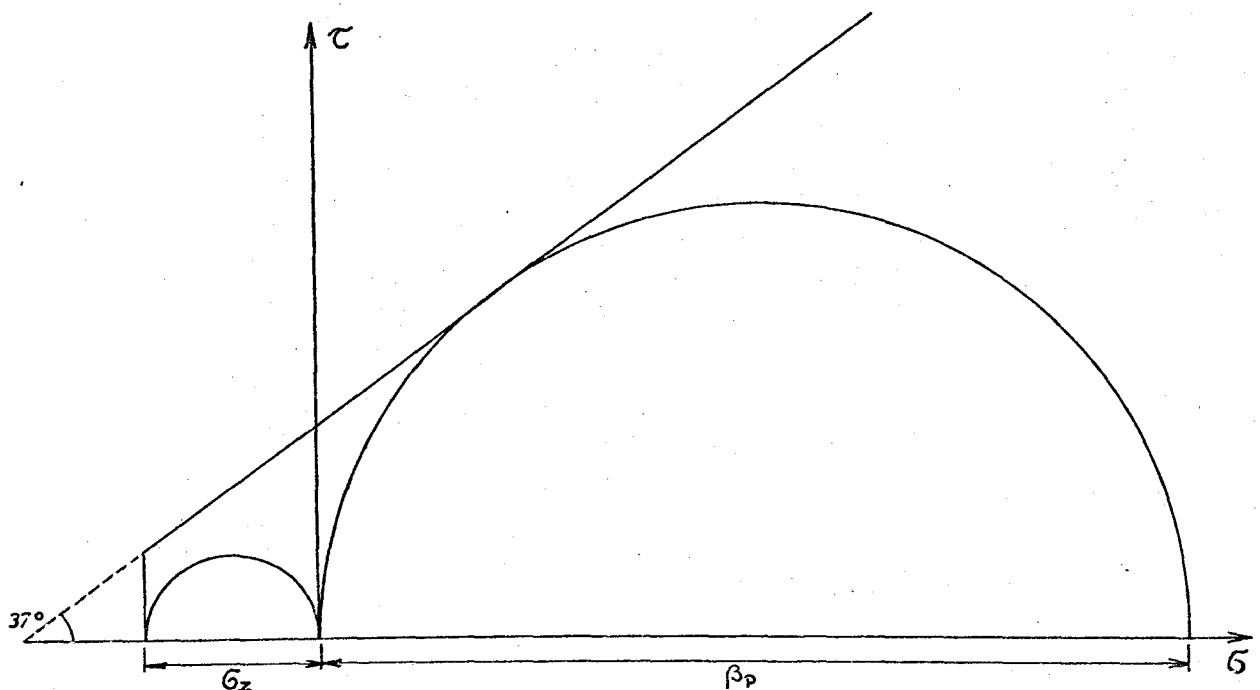
Ist  $\sigma_v = 0$ , dann wird aus Gl. (3), wie bei reiner Verdrehung  $\tau_v = \sigma_z$ . In die obigen Gleichungen sind die Längsdruckspannungen negativ einzusetzen. Durch Längsvorspannung ohne sonstige Schlaffbewehrung kann das Reißmoment (hier gleich dem Bruchmoment) für

$c = \frac{\sigma_D}{\sigma_z} = 14$  bis auf den 2,8-fachen Wert erhöht werden. Die größte Schubspannung  $\tau_v$  tritt bei einer Vorspannung auf, die etwas über der halben Prismenfestigkeit des Betons liegt.

### 2.3 Cowan [3], 1953

Zunächst gibt der Verfasser einen Überblick über die Bruchtheorien an, die für den Beton anwendbar sind. Bei Berücksichtigung der Festigkeit des Betons unter der Wirkung kombinierter Spannungen ist es erforderlich, zwischen zwei verschiedenen Brucharten zu unterscheiden. Ein Stauchungsbruch wird durch Trümmerbildung gekennzeichnet und i.a. von einem Schrägschub infolge einer Druckbeanspruchung verursacht, während der Trennungszugbruch durch das reine Erscheinen der Bruchflächen zu erkennen ist.

Die vorhandenen experimentellen Beweise schlagen für den Beton ein Doppeltbruchkriterium vor, das die Rankine'sche Hauptspannungstheorie mit dem Mohr'schen Schubbruchkriterium kombiniert. Einfachheits halber ersetzt Cowan die Mohr'sche Hüllkurve durch eine Gerade, die um  $37^\circ$  gegen die Normalspannungsachse geneigt ist. (Bild 1) Ausgenommen wird der Bereich höherer Normalspannungen.



B i l d 1 Cowan'sche Bruchtheorie für den Beton unter kombinierter Beanspruchung

Cowan glaubt, daß der Neigungswinkel von  $37^\circ$  dem Winkel der inneren Reibung der Normalbetongefüge fast gleich ist. Da der unbewehrte, nicht vorgespannte Beton unter reiner Biegung sowie unter reiner Torsion durch einen Trennzugbruch versagt, so gilt das Hauptspannungskriterium auch für die kombinierte Biegung und Torsion. Danach kann die Interaktionskurve für den Bruchzustand durch folgende Gleichung festgelegt werden:

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 + 4,23 \frac{b}{d} \left(1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{b}{d}\right) \frac{M}{T_0} = 1 \quad (4)$$

wobei

- M das Biegemoment i.A.,
- T das Torsionsmoment i.a.,
- $T_0$  das Widerstandsmoment bei reiner Torsion  
(nach der Plastizitätstheorie)
- b Querschnittsbreite,
- d Querschnittshöhe ( $d > b$ )

bedeuten.

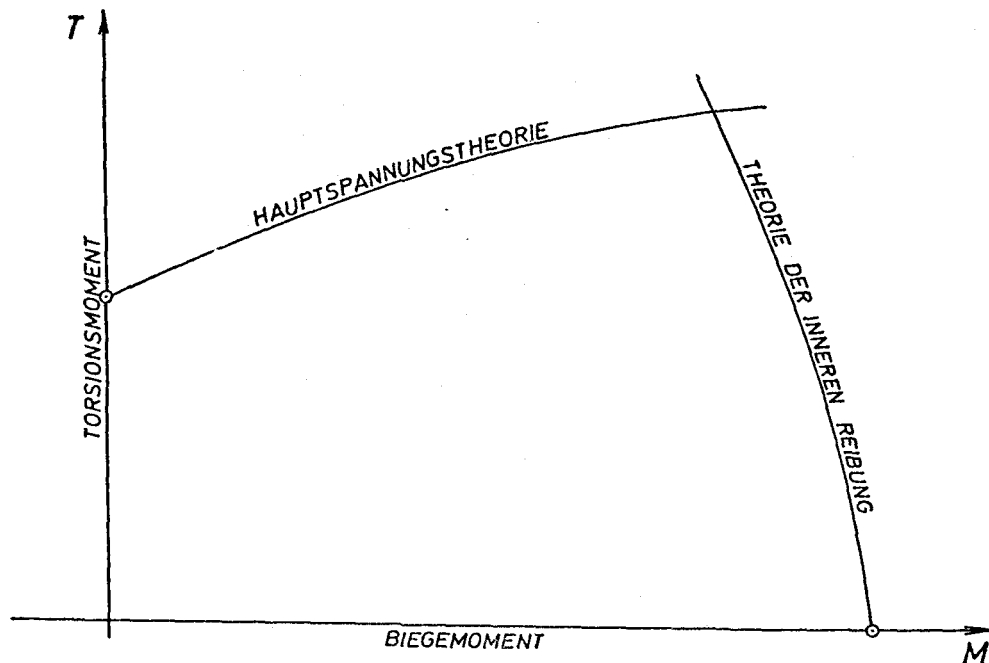
Der Bruch vorgespannter Betonkörper unter reiner Torsion ist im Grunde genommen ähnlich dem der nicht vorgespannten Betonelemente. Der Trennzugbruch tritt dann auf, wenn die Druckspannungen infolge der Vorspannkraft durch die sich aus dem Torsionsmoment resultierenden Zuspännungen überwunden werden.

Die Beziehung zwischen Torsion und Vorspannung kann aus dem Hauptspannungskriterium abgeleitet und durch folgende Gleichung festgelegt werden:

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{d} \left(1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{b}{d}\right) \frac{V \cdot d}{T_0} = 1 \quad (5)$$

wobei V die Vorspannkraft bedeutet.

Das von Cowan vorgeschlagene Doppeltbruchkriterium hat beachtenswerte Anwendung bei Stahlbetonbalken unter kombinierter Biegung und Torsion. Auf die Einzelheiten dieser Theorie wird in diesem Zusammenhang nicht eingegangen. Lediglich wird hier ein typischer Verlauf der Interaktionskurve für einen Stahlbetonbalken an der visko-elastischen Grenze gezeigt (Bild 2).



B i l d 2 Beziehung zwischen Biegemoment und Torsionsmoment für Stahlbeton an der visko-elastischen Grenze.

Die Torsionstragfähigkeit unbewehrter, nicht vorgespannter Betonkörper wird durch eine zusätzliche Biegebeanspruchung beeinträchtigt. Die zulässigen Spannungen für Biegung und Torsion müssen unter den zulässigen Werten für reine Torsion liegen. Bei Stahlbetonbalken erhöht jedoch ein nicht zu großes Biegemoment die Torsionstragfähigkeit, während die Addition eines kleinen Betrages der Torsion die Biegetragfähigkeit unwesentlich herabsetzt. Es ist deshalb angemessen, Stahlbetonbalken unter kombinierter Biegung und Torsion ohne Herabsetzung der zulässigen Spannungen der Baustoffe jeweils für Biegung oder Torsion zu berechnen.

Die Grundregel für die Bemessung des Spannbetons ist die Vermeidung der Rißbildung. Die Bemessung kann deshalb nach dem Hauptspannungskriterium durchgeführt werden. Unter diesen Voraussetzungen schlägt Cowan folgende Formel für das zulässige Torsionsmoment eines Spannbetonkörpers vor:

$$T = \alpha b^2 d \sigma_z \sqrt{1 + \frac{\sigma_v}{\sigma_z}} \quad , \quad (6)$$



wobei

- $\sigma_z$  die zulässige Hauptzugspannung,  
 $\sigma_v$  die Größe der Vorspannung nach Schwinden und Kriechen  
an der Stelle, wo der erste Riß auftritt und  
 $\alpha$  den Torsionsbeiwert nach St. Venant'scher Theorie der  
elastischen Torsion

bedeuten.

Bei reiner Torsion wird die größte Zunahme an Tragfähigkeit durch die gleichmäßig verteilte Vorspannung gewonnen. Die Addition der Biegung setzt den Torsionswiderstand des Spannbetons gegen Risse herab und die zulässigen Spannungen für kombinierte Biegung und Torsion müssen dementsprechend modifiziert werden.

#### 2.4 Cowan und Armstrong [4] 1955 und [5] 1957

Die Verfasser berichten u.a. über eigene Versuche an 9 vorgespannten Betonkörpern mit rechteckigem Querschnitt. Schubbewehrung in Form von Bügeln wurde nur außerhalb des Meßbereiches (  $l = 75 \text{ cm}$  ) angeordnet. Durch vier, in den Querschnittsecken angeordneten Spannglieder wurden die 3 Körper der Versuchsreihe M gleichmäßig vorgespannt. Die z.Zt. der Versuchsdurchführung noch wirksame Vorspannung betrug ca. 20 % der Druckfestigkeit des Betons. Das M/T - Verhältnis (Biegemoment zu Torsionsmoment) nahm bei der M-Serie die Werte 0, 2 und  $\infty$  an. Die 6 Balken der Serie J wurden im Gegensatz zur Serie M exzentrisch vorgespannt, so daß die oberen Randfasern spannungsfrei blieben. Die unteren Randspannungen betrugen ca. 0,32 der Würfelfestigkeit des Betons. Das M/T - Verhältnis wurde ebenfalls von reiner Biegung bis zu reiner Torsion variiert.

Aus den Versuchsergebnissen zogen die Verfasser folgende Schlussfolgerungen:

1. Bei Spannbetonkörpern unter reiner Torsion tritt der Bruch sofort nach der Bildung des ersten Risses auf. Der Bruch ist schlagartig und zerstörend.
2. Bei vorgespannten Balken unter gleichzeitiger Einwirkung von Biegung und Torsion ändert sich die Bruchart allmählich, bis der übliche Biegebruch erreicht wird. Bei großen  $M/T$  - Verhältnissen gibt es immer nach der Bildung des ersten Risses eine beachtliche Tragreserve.
3. Gleichmäßig verteilte Vorspannung ergibt im Falle reiner Torsion die größte Tragfähigkeit. Die Addition eines Biegemomentes vermindert jedoch die Torsionstragfähigkeit. Die maßgebende Stelle für die Berechnung der Hauptzugspannung infolge Biegung und Torsion ist die Biegezugseite.
4. Bei einer dreieckförmigen Verteilung der Vorspannung wird das Torsionsrißmoment durch eine Biegebeanspruchung heraufgesetzt.

## 2.5 Humphreys [6], 1957

Der Verfasser untersuchte unter reiner Torsion 99 Betonkörper verschiedener Querschnittsgrößen, die in sich 4 Seitenverhältnisse  $d/b = 1$  bis 4 schließen. Schubbewehrung wurde nur außerhalb der Meßlänge der Prüfkörper angeordnet. Die bei 79 Versuchsbalken verwendeten Spannglieder blieben auch nach Herstellung der Körper ohne Verbund. Davon erhielten 75 Prüfbalken zentrische Vorspannung, die so variiert wurde, daß die über den Querschnitt verteilten Normalspannungen  $\sigma_v$  infolge der Vorspannkraft beliebige Größen von 0 bis zu 70 % der Würfelfestigkeit des Betons annahmen. Die vier exzentrisch vorgespannten Versuchskörper erhielten dreieckförmige Spannungsverteilung, deren maximaler Wert unten ca. 45 % der Betondruckfestigkeit betrug. Außer den o.g. Versuchen an Körpern mit Spanngliedern prüfte Humphreys unter reiner Torsion 20 Betonbalken ohne Spannglieder, um eine Bezugsbasis für die Torsionseigenschaften vorgespannter Balken zu schaffen. Bei allen Versuchen wurde ein hoch-

fester Beton verwendet, dessen Würfelfestigkeit nach 28 Tagen rd. 600 kp/cm<sup>2</sup> betrug.

Bei allen Versuchsbalken trat der Bruch plötzlich ein, und es wurden vorher keine Risse beobachtet. Bei den nicht vorgespannten Betonkörpern war die Bruchebene ungefähr 45° zur Querschnittsebene geneigt. Die Bruchfläche war glatt und definierbar. Mit der Erhöhung der Vorspannkraft nahm der Bruch mehr und mehr heftige Natur an. Die Bruchursache konnte auf die geringe Zugfestigkeit des Betons zurückgeführt werden; mindestens zeigte eine Seite einen klaren, nicht zertrümmerten Bruch. Die Bruchebene auf dieser Seite neigte sich immer mehr zur Rotationsachse, als der Achsdruck anwuchs. Die Bruchlinie auf der gegenüberliegenden Seite nahm eine Richtung an, die durch die äußeren Punkte des auf der Zugseite auftretenden Trennzugbruches vorgeschrieben war.

Der Bruch ging nicht entlang einer bestimmten Linie und er hatte auf dieser Seite eine gebrochene, staubartige Erscheinung. Bei größeren Vorspannungen lagen Stauchungsbrüche vor, die aus der Würfelprüfung bekannt sind.

Der Verfasser zog aus seinen eigenen Versuchen folgende Schlußfolgerungen:

1. Die Torsionstragfähigkeit von Spannbetonkörpern kann über die Tragfähigkeit unbewehrter Betonelemente auf 2,5 : 1 gesteigert werden, wenn die Vorspannung sinnvoll aufgebracht wird ( $\sigma_v \leq 0,5 \beta_w$ ).
2. Die Tragfähigkeit vorgespannter Balken unter reiner Torsion kann nach der St. Venant'schen Theorie für elastische Torsion ermittelt werden, wobei die maximale Schubspannung  $\tau_u$  aus dem Ausdruck für die Hauptzugspannung abzuleiten ist:

$$\tau_u = \sigma_1 \sqrt{1 + \frac{\sigma_v}{\sigma_1}} \quad (7)$$

Als gute Näherung gibt Humphreys die einfachere Beziehung an, die lautet:

$$\tau_u = \sigma_1 + 0,3 \sigma_v, \quad (8)$$

wobei  $\sigma_1$  die Hauptzugspannung des Betons und  $\sigma_v$  die vorhandene Vorspannung bedeuten.

Seine Versuchsergebnisse scheinen mit den rechnerischen Werten übereinzustimmen, vorausgesetzt, daß die mittlere Vorspannung  $0,5 B_w$  nicht überschreitet.

## 2.6 Gardner [7], 1960

Abweichend von früheren Untersuchungen prüfte der Verfasser zahlreiche Spannbetonbalken mit I - Querschnitt. Aus Versuchs-technischen Gründen wurden die Endquerschnitte rechteckig geformt. Wie bei früheren Versuchen der Fall gewesen war, wurde die Schubbewehrung nur außerhalb der Meßlänge der Prüfkörper angeordnet. Die Vorspannung mit nachträglichem Verbund wurde durch 6 Spannglieder hergestellt, deren Resultierende eine Ausmitte von 0,5 cm hatte. Die Belastung der 16 Versuchsbalken erfolgte zunächst durch Aufbringen eines Biegemomentes  $M$ , welches zwischen 10 und 80 % der Biegetragfähigkeit  $M_u$  variierte. Dann wurden die Körper einer Torsionsbelastung unterworfen, bis der Bruch eintrat.

Der Verfasser faßte seine Versuchsergebnisse wie folgt zusammen:

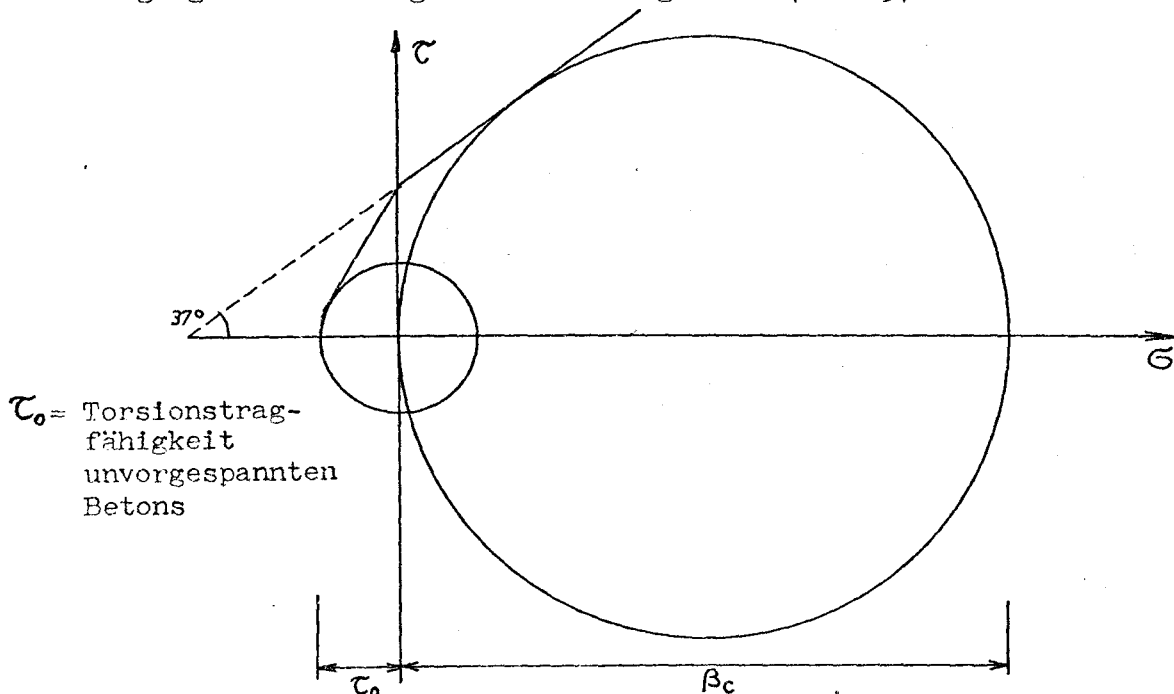
1. Trotz der stark unterschiedlichen Biegebeanspruchungen der Versuchsbalken ( $M/M_u = 0,10$  bis  $0,80$ ) ergab sich innerhalb des üblichen Streubereiches praktisch das gleiche Torsionsbruchmoment.
2. In der Balkengruppe, bei welcher keine Zugspannungen infolge Biegung auftraten, schien das Verhalten der Versuchskörper unabhängig von der tatsächlichen Spannungsverteilung zu sein. Das Torsionsmoment an der elastischen Grenze ließ sich durch die Annahmen bestimmen, daß die Normalspannungen über den ganzen Querschnitt gleichmäßig verteilt waren und daß die maximal auftretende Hauptzugspannung gleich der Zugfestigkeit des Betons war.
3. Berechnungen unter den Voraussetzungen, daß die Normalspannungen gleichmäßig verteilt waren und volle Plastizität des Betons vorhanden war, zeigtengute Übereinstimmung mit den beobachteten Bruchlasten.

2.7 Zia [8] , 1961

Das Ziel dieser Untersuchung war, die verschiedenen Bruchtheorien kritisch zu prüfen und den Einfluß der Schubbewehrung auf das Tragverhalten torsionsbeanspruchter Spannbetonelemente zu studieren.

Zu diesem Zweck prüfte der Verfasser 68 Beton- und Spannbetonkörper unter reiner Torsion. Untersucht wurden 3 Querschnittsformen, nämlich Rechteck, I und I. 28 Versuchsbalken erhielten Schubbewehrung, bestehend aus 4 Längsstäben und gut verankerten Bügeln. Jedoch wurde bei allen Versuchskörpern eine verstärkte Schubbewehrung außerhalb des Meßbereiches angeordnet. Das Spannbettverfahren wurde sowohl für die zentrisch als auch für die exzentrisch vorgespannten Versuchskörper verwendet.

Außer der experimentellen Untersuchung befaßte sich der Verfasser ebenfalls mit einer theoretischen Studie. Er prüfte kritisch die vorhandenen Bruchkriterien unter kombinierten Beanspruchungen. Um bessere Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen zu erzielen, modifizierte der Verfasser das Cowan'sche Bruchkriterium. Die neue Theorie beschreibt den Bruch des Betons als gleitenden Übergang vom Trennzug- zum Stauchungsbruch (Bild 3).



B i l d 3      Modifizierte Bruchtheorie nach Zia

Der Verfasser zog aus seiner Untersuchung folgende interessante Schlußfolgerungen

1. Die St. Venant'sche Theorie für elastische Torsion ist bis zum Bruch vorgespannter Betonkörper anwendbar.
2. Das Bruchkriterium von Cowan überschätzt die Tragfähigkeit, falls der Bruch vorwiegend den Charakter eines Trennzugbruches hatte, aber die Theorie unterschätzt die Tragfähigkeit, wenn es sich in erster Linie um einen Stauchungsbruch handelt.
3. Die modifizierte Bruchtheorie hängt sowohl von der Druckfestigkeit als auch von der Torsionstragfähigkeit des Betons ab. Nach dieser Theorie beträgt die optimale Verspannung 70 % der Druckfestigkeit des Betons. Mit dieser Vorspannkraft kann die Torsionstragfähigkeit eines Körpers aus B 450 über die Tragfähigkeit ungespannten Betons auf 2,8 : 1 gesteigert werden.
4. Das Torsionsbruchmoment vorgespannter Körper mit Rechteck und T - Querschnitten , jedoch ohne Schubbewehrung, ist gleich dem Torsionsrißmoment, das nach der St. Venant'schen Torsionstheorie und dem modifizierten Bruchkriterium bestimmt wird.
5. Torsionsbruch- und Rißmoment von Spannbetonelementen mit I-Querschnitt können wesentlich verschieden sein. Der große Traglastunterschied kann auf die Tatsache zurückgeführt werden, daß sich nach der Rißbildung die nicht wölbfreien I-Querschnitte anders verhalten, als im ungerissenen Zustand. Das Torsionsmoment wird dann hauptsächlich durch die Querbiegung der Querschnittsflanschen aufgenommen.
6. Der schlagartige Bruch torsionsbeanspruchter Betonkörper ohne Schubbewehrung kann vermieden werden, wenn ein Bewehrungsnetz angeordnet wird, dessen Bügelabstände nicht größer als 0,4-fach der Balkenhöhe betragen.
7. Das Torsionsbruchmoment vorgespannter Betonbalken mit Netzbewehrung ist gleich der Summe aus dem Betonanteil  $T_B$  - berechnet wie in 4. - und aus dem Anteil  $T_S$  , das nach folgender Formel zu berechnen ist:

$$T_S = 1,6 \frac{b_{Bü} d_{Bü} \cdot \sigma_{s,Bü}}{a_{Bü}} \quad (9)$$

wobei

|                         |                                 |
|-------------------------|---------------------------------|
| $b_{\text{Bü}}$         | Breite des Bügelkorbes          |
| $d_{\text{Bü}}$         | Höhe des Bügelkorbes            |
| $f_{\text{Bü}}$         | Querschnittsfläche eines Bügels |
| $\sigma_{\text{S, Bü}}$ | Streckgrenze der Bügelbewehrung |

bedeuten.

Abschließend soll vermerkt werden, daß der unter 4. und 7. erläuterte Berechnungsvorschlag versagt, die Torsionstragfähigkeit vorgespannter Körper mit I-Querschnitt zutreffend zu bestimmen.

## 2.8 Swamy [9], 1962

Unter kombinierter Biege- und Torsionsbeanspruchung prüfte der Verfasser 20 vorgespannte Betonbalken mit quadratischen Hohlquerschnitten ( $23 \times 23 \text{ cm}^2$ ). Die Größe und die Form des Hohlteils wurden dabei variiert. Die Versuchskörper erhielten eine gleichmäßig verteilte Vorspannung. Die z.Zt. der Versuchsdurchführung noch wirksame Vorspannung betrug ca. 15 % der Würfeldruckfestigkeit des Betons. Alle Versuchsbalken wurden mit angeschweißten Bügeln außerhalb des Meßbereiches versehen. Bei 4 Versuchskörpern wurde eine schwache Bügelbewehrung zwischen den Einzellasten - im Meßbereich - angeordnet. Zu Vergleichszwecken wurden 2 vorgespannte Balken mit massiven Querschnitten, ebenfalls unter kombinierter Beanspruchung ( $M/T = 2$  und  $6$ ) hergestellt. Ferner prüfte der Verfasser 2 Betonbalken mit einem Hohlquerschnitt unter reiner Torsion. Die wichtigen Schlußfolgerungen dieser Untersuchung werden nachfolgend wiedergegeben:

1. Unter Biegung und Torsion zeigen die vorgespannten Betonhohlblaken 2 unterschiedliche Brucharten, abhängig von der Größe des  $M/T$ -Verhältnisses. Bei hohen  $M/T$  - Werten ergibt sich ein Biegebruch, während bei niedrigen Werten ein Torsionsbruch senkrecht zur Hauptspannungsrichtung vorkommt. Bei dem ersteren neigt der Bruch dazu,

stark und zerstörend zu sein. Bei dem letzteren ist der Bruch plötzlich und explosionsartig.

2. Durch die Addition eines kleinen Torsionsmomentes wird die Biegetragfähigkeit nur geringfügig herabgesetzt.
3. Die Addition eines geringen Betrages von Biegung erhöht die Torsionstragfähigkeit von Hohlbalcken. Es besteht jedoch eine Grenze für diese Erhöhung, jede Vergrößerung der Biegebeanspruchung oberhalb dieser Grenze verursacht eine Reduzierung der Torsionstragfähigkeit. Diese Grenze lag bei den untersuchten Balken an  $M/T = 1/2$ .
4. Die Versuchsergebnisse zeigen, daß weder die Hauptspannungstheorie noch die Hauptdehnungstheorie befriedigende Ergebnisse für sämtliche  $M/T$ - Verhältnisse liefert.
5. Hohlbalcken unter überwiegender Torsionsbeanspruchung zeigen praktisch die gleiche Tragfähigkeit wie die Massivbalcken.
6. Aus Versuchsergebnissen geht hervor, daß vorgespannte Betonhohlbalcken unter Biegung und Torsion bei fast derselben maximalen Betonstauchung brachen wie Balken unter reiner Biegung.

## 2.9 Reeves [10], 1962

Mit dem Ziel, Berechnungsgrundlagen für Spannbetonbalcken mit T - Querschnitt unter Biege- und Torsionsbeanspruchung zu beschaffen, untersuchte der Verfasser in 3 Versuchsreihen 42 vorgespannte Betonkörper mit T-Profilen. Der einzige Unterschied zwischen den Versuchsbalken jeder Serie war die Flanschbreite, die jeweils zu 25, 20 und 15 cm gewählt wurde. Starke Netzbewehrung wurde nur außerhalb des Meßbereiches angeordnet, der zwischen den Einzellasten lag. Die Versuchsbalken wurden durch 2 bzw. 3 Spannglieder mit nachträglichem Verbund exzentrisch vorgespannt. Die Größe und die Lage der Vorspannkraft wurden so gewählt, daß Vorspannung zusammen mit Körpereigengewicht eine dreieckförmige Spannungsverteilung mit Nullspannung in der oberen Faser und maximaler Spannung von  $140 \text{ kp/cm}^2$  in der in der unteren Faser hervorrufen sollten. Die Belastung der Versuchskörper geschah in folgender Weise:



Zuerst wurde ein Torsionsmoment in der Größenordnung von 50 % der reinen Torsionstragfähigkeit allein aufgebracht. Zweitens unterlag der Balken reiner Biegebeanspruchung in der gleichen Größe, wie sie im 3. Versuchsgang angewandt wurde. Schließlich erfolgte die Belastung des Versuchskörpers durch Aufbringen eines Biegemomentes, welches zwischen Eigengewicht und voller Biegetragfähigkeit variierte; dann wurde der Körper einem Torsionsmoment unterworfen, bis der Bruch eintrat.

Aus Versuchsbeobachtungen stellte der Verfasser fest, daß so lange das aufgebrachte Biegemoment nicht 70 % des Biegebruchmomentes überschritten hat, brachen die Versuchsbalken ohne Vorankündigung ab. Die Beobachtung deutete an, daß zuerst ein Trennzugbruch stattfand, der im Querschnitt weiterging, bis sich schließlich auf der entgegengesetzten Seite des Balkens eine Bruchlinie ergab. Bei größeren Biegemomenten als 70 % der Biegetragfähigkeit traten vermischte Biege und Torsionsbrüche ein.

Aus Versuchsergebnissen geht hervor, daß die Torsionstragfähigkeit der Prüfkörper von der Verteilung der Normalspannungen über den T-Querschnitt stark abhängig ist. Das Torsionsbruchmoment wächst mit der zunehmenden Biegebeanspruchung bis zu dem Biegemoment, das in der unteren Faser eine Normalzugspannung erzeugt, welche der Spaltzugfestigkeit des Betons gleich ist. Bei größeren Biegemomenten nimmt die Torsionstragfähigkeit ab. Aber sie fällt nicht unter die reine Torsionstragfähigkeit, bis ungefähr 80 % des Biegebruchmomentes aufgebracht ist. Der maximale Zuwachs über die reine Torsionstragfähigkeit ist weiterhin von der Form des Querschnitts abhängig. Das maximale Torsionsmoment beträgt jeweils für die Versuchsreihe A, B und C das 1,65-, 1,42- und 1,53-fache des reinen Torsionsbruchmomentes.

Durch Interaktionsdiagramme veranschaulichte der Verfasser die Variation der Torsions- und der Biegetragfähigkeit der Versuchsbalken. Die Interaktionskurven wurden durch ein Regressionsverfahren und mit Hilfe der Versuchsergebnisse entwickelt. Erwartungsgemäß sind diese Kurven von der Querschnittsform abhängig. Mathematisch lassen sich die Interaktionskurven wie folgt darstellen:

$$\frac{T_u}{T_{u,0}} = 1,0 + b \left( \frac{M}{M_u} \right) + c \left( \frac{M}{M_u} \right)^2 + d \left( \frac{M}{M_u} \right)^3 \quad (10)$$

wobei

$T_u$  das Torsionsbruchmoment bei kombinierter Beanspruchung

$T_{u,0}$  das Torsionsbruchmoment bei reiner Torsionsbeanspruchung

$M$  das vorhandene Biegemoment und

$M_u$  das Biegebruchmoment bei reiner Biegebeanspruchung

bedeuten. Die Beiwerte  $b$ ,  $c$  und  $d$  sind wiederum vom Querschnitt abhängig.

Zur Ermittlung der reinen Torsionstragfähigkeit der vorgespannten Versuchsbalken verglich der Verfasser 3 verschiedene Berechnungsmethoden.

- a) Bruchkriterium nach Bresler und Pister [11] + Plastizitätstheorie der Torsion. Danach wird die Verteilung der Schubspannungen beim Bruch gleichmäßig angenommen. Die kritische Schubspannung des Betons  $\tau_k$  ist nach der Gleichung

$$\frac{\tau_k}{\beta_c} = 0,1 \left[ 0,62 - 10,1 \left( \frac{\sigma}{\beta_c} \right) + 5,8 \left( \frac{\sigma}{\beta_c} \right)^2 + 18,6 \left( \frac{\sigma}{\beta_c} \right)^3 + 2,09 \left( \frac{\sigma}{\beta_c} \right)^4 \right]^{1/2} \quad (11)$$

zu berechnen, wobei  $\beta_c$  die Druckfestigkeit des Betons, gemessen an  $15 \times 30 \text{ cm}^2$  Zylindern bedeutet. Für  $\sigma$  ist die kleinste Normalspannung einzusetzen. Längsdruckspannungen sind negativ anzunehmen.

- b) Kriterium der Hauptzugspannung + Plastizitätstheorie der Torsion. Wiederum wird die gleichmäßige Verteilung der Schubspannungen über den Querschnitt vorausgesetzt. Jedoch ist die kritische Schubspannung  $\tau_k$  nach dem bekannten Ausdruck für das Hauptspannungskriterium zu ermitteln:

$$\tau_k = \sqrt{\sigma_z (\sigma_z - \sigma_x)}, \quad (12)$$

wobei

$\sigma_x$  die minimale Normalspannung und

$\sigma_z$  die Spaltzugfestigkeit des Betons bedeuten.

- c) Kriterium der Hauptzugspannung + Elastizitätstheorie der Torsion.  
Der Ermittlung der Schubspannungen wird die St. Venant'sche Theorie für elastische Torsion zugrundegelegt.  $\tau_k$  ist wiederum aus Gl. (12) zu berechnen. Für  $\sigma_z$  ist die Biegezugfestigkeit des Betons einzusetzen.

Aus statischen Vergleichsrechnungen bevorzugte Reeves die 2. Berechnungsmethode (Hauptspannungskriterium + Plastizitätstheorie).

## 2.10 Ramakanth [12], 1966

Der Verfasser untersuchte in seiner Dissertation das unelastische Verhalten der Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonkörper unter reiner Torsionsbeanspruchung. Es wurde versucht, eine Arbeitslinie für Beton unter kurzzeitiger Torsionsbelastung vorzuschlagen, die vom elastischen Gesetz abweicht. Die an dünnwandigen kreiszylindrischen Betonkörpern versuchsmäßig ermittelten  $T - \gamma$ -Linien (Torsionsmoment- Drillungslinien) ermöglichten eine nichtlineare  $\tau - \gamma$ -Beziehung (Schubspannungs-Verzerrungslinie) für Beton unter reiner Torsion aufzustellen. Der Verfasser stellte fest, daß der Grad der Längsvorspannung keinen nennenswerten Einfluß auf die Krümmung der  $\tau - \gamma$ - Linie ausübt.

Die anhand der vorgeschlagenen  $\tau - \gamma$ -Beziehung ermittelten Schubspannungsgrößen infolge Torsion bei kreiszylindrischen Betonkörpern im Gebrauchszustand stimmen mit den gemessenen Festigkeitswerten des Betons überein.

Zur Ermittlung der Schubspannungen infolge Torsion bei längsvorgespannten Betonkörpern im Bruchzustand wurden die Ansätze der Plastizitätstheorie verwendet. Aus den sich daraus ergebenden Größen der

gleichzeitig auftretenden Hauptspannungen ist eine empirisch gefundene Funktion als Bruchbedingung zugrunde gelegt worden. Nach dieser Bruchbedingung kann die Traglast eines Betonkörpers unter Torsion durch eine auf den Querschnitt des Körpers gleichmäßig verteilte Vorspannung ( $\sigma_v \leq 0,5 \beta_p$ ) erhöht werden.

Der Verfasser vertritt die Meinung, daß ein Teil des Torsionsbruchmomentes bei bewehrten Körpern im Bruchzustand dem gerissenen Betonquerschnitt rechnerisch zugewiesen werden kann. Der Anteil des Torsionsbruchmomentes, das vom Beton anzunehmen ist, wird nach den Ansätzen der Plastizitätstheorie mithilfe der aufgestellten Bruchbedingung für den Kernquerschnitt des Körpers ermittelt. Hingegen ist die Mitwirkung der Torsionsbewehrung bei der Aufnahme des Torsionsbruchmomentes nach den Ansätzen der klassischen Stahlbetontheorie zu berücksichtigen. Der Einfluß der Verbundwirkung wird in den Größen der im Bruchzustand auftretenden Stahlspannungen berücksichtigt. Für einen Stahl mit ausgeprägter Streckgrenze ergibt sich anhand der Versuchsergebnisse die Stahlspannung im Bruchzustand als eine empirisch gefundene Funktion in Abhängigkeit vom Prozentsatz der Torsionsbewehrung. Für gegebene Querschnittsgrößen und gegebene Betongüte fällt die Stahlspannung bei den Stahlbetonkörpern im Bruchzustand mit zunehmendem Prozentsatz der Bewehrung ab. Dieser Abfall der Stahlspannung kann durch die Vorspannung verhindert werden.

Nach diesen Ausführungen ergibt sich das Torsionsbruchmoment bei den bewehrten Körpern im Bruchzustand als die algebraische Summe aus dem Anteil des Betonquerschnitts und der Torsionsbewehrung (Additionsgesetz).

Anhand der angestellten Untersuchungen wurde ein Vorschlag für die Bemessung torsionsbeanspruchter Stahl- und Spannbetonbauelemente ausgearbeitet. Das vorgeschlagene Bemessungsverfahren geht vom rechnerischen Bruchzustand aus.

## 2.11 Okada, Nishibayashi und Abe [13], 1966

Die Verfasser prüften insgesamt 86 Rechteckbalken, um folgende Fragen zu klären:

1. Einfluß der Längsstäbe bzw. der Bügel auf das Tragverhalten und
2. Einfluß der Vorspannung auf die Tragfähigkeit von Beton- und Stahlbetonbalken unter Torsions- und Biegebeanspruchung.

Zwanzig Versuchskörper wurden je durch ein mittiges Spannglied vorgespannt. Die z.Zt. der Durchführung des Versuches noch wirksame Vorspannung betrug  $75 \text{ kp/cm}^2$  (ca. 15 - 20 % der Druckfestigkeit des Betons). Die Schubbewehrung, die aus 4 Eckstäben und geschlossenen Bügeln besteht, wurde nur bei 10 vorgespannten Versuchskörpern angeordnet. Die Körper wurden unter kombinierter Biege- und Torsionsbeanspruchung geprüft, die von reiner Torsion bis zu reiner Biegung variiert wurde.

Aus der Untersuchung zogen die Verfasser folgende Schlußfolgerungen:

1. Bei vorwiegender Torsionsbeanspruchung darf der Bügelabstand in Rechteckbalken höchstens die Hälfte der Balkenhöhe betragen.
2. Die nach der Plastizitätstheorie berechnete Torsionstragfähigkeit unbewehrter Betonkörper stimmt mit den Versuchsergebnissen gut überein.
3. Der Einfluß der Bügelbewehrung auf das Torsionsbruchmoment darf nach der ursprünglich von Cowan entwickelten Formel (9) abgeschätzt werden.

## 2.12 Hsu [14], 1968

Der Verfasser stellte aus eigener früherer Untersuchung [15] an nicht vorgespannten Betonkörpern mit Rechteckquerschnitt fest, daß Betonbalken unter reiner Torsionsbeanspruchung in der Wirklichkeit auf Biegung um eine Achse versagen, welche parallel zur längeren Querschnittsseite und zugleich unter  $45^\circ$  zur Balkenachse ist. Aufgrund dieses Bruchmechanismus wurde der nachfolgende Ausdruck für das Torsionsbruchmoment des Betonbalkens  $T_{Bu}$  entwickelt:

$$T_{B,u} = \frac{b^2 d}{3} (0,85 \beta_{Bz}), \quad (13)$$

wobei  $b$  und  $d$  die Seitenlängen des Rechteckquerschnittes ( $d \geq b$ )

und  $\beta_{Bz}$  die Zugfestigkeit des Betons bedeuten. Der Vergleich mit den Versuchsergebnissen zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch.

Ferner hat Hsu in der hier anzuführenden Arbeit nachgewiesen, daß der oben erwähnte und für torsionsbeanspruchte Betonkörper ohne Vorspannung anwendbare Biegebruchmechanismus auch noch für mittig vorgespannte Betonkörper gültig ist. Dieser Bruchmechanismus liefert für zentrisch vorgespannte Rechteckbalken unter reiner Torsion einen ähnlichen Ausdruck, der lautet:

$$T_{SB,U} = T_{B,U} \sqrt{1 + \left| \frac{\sigma_v}{0,85 \beta_{Bz}} \right|}, \quad (14)$$

wobei  $\sigma_v$  die über den Querschnitt gleichmäßig verteilte Vorspannung bedeutet. Andererseits hat der Verfasser gezeigt, daß der gleiche Vorspannbeiwert aus dem Hauptspannungskriterium abgeleitet werden kann. Der Vorspannfaktor  $\gamma$  läßt sich in Abhängigkeit von der Zylinderdruckfestigkeit des Betons ausdrücken, wobei  $\beta_{Bz} = \frac{\beta_c}{8,5}$  angenommen werden darf. Der Beiwert  $\gamma$  lautet dann:

$$\gamma = \sqrt{1 + 10 \left| \frac{\sigma_v}{\beta_c} \right|} \quad (15)$$

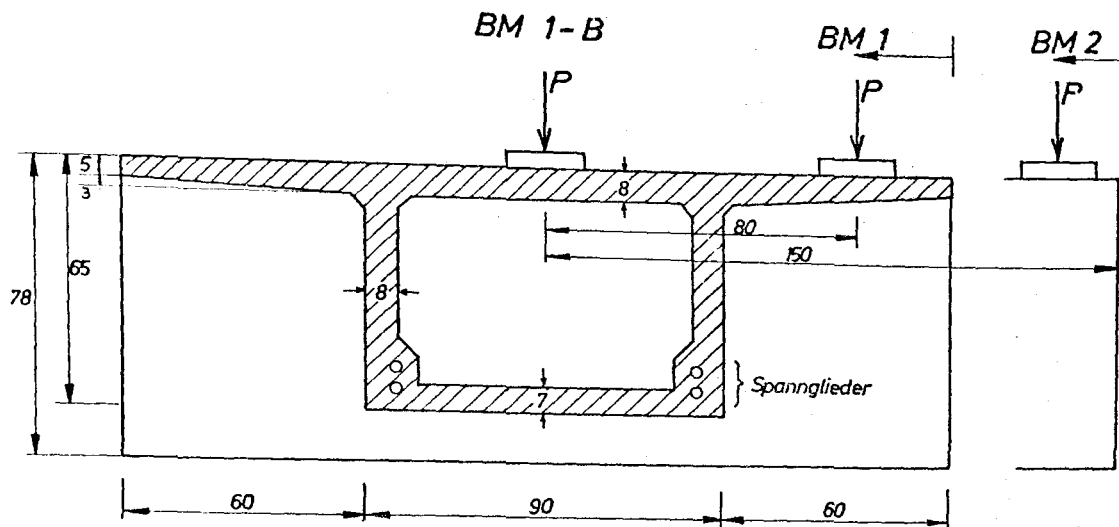
Aus dem Vergleich mit von anderen Autoren veröffentlichten Versuchsergebnissen stellte der Verfasser fest, daß die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch gut ist, sofern  $\sigma_v/\beta_c \leq 0,70$  ist.

## 2.12 Leonhardt, Walther und Vogler [16], 1968

Die Verfasser berichten in ihrer Veröffentlichung über 3 Torsions- und Schubversuche an vorgespannten Hohlkastenträgern. Um praktische Folgerungen für die Bemessung von Hohlkastenträgern zu ziehen, entschlossen sich die Verfasser 2 Balken mit exzentrischer Last, also mit einer Beanspruchung durch Biegung, Querkraft und Torsion zu prüfen. Der erste Versuchsbalken wurde zunächst mittig belastet, also ohne Torsion, während der zweite stark exzentrisch zu belasten war. Da sich beim ersten Balken ein Biegebruch anzeigte, wurde der

Versuch vor dem Versagen abgebrochen und der Balken in einem zweiten Versuch ausmittig belastet.

Die Abmessungen des Hohlkastenquerschnittes für die beiden vorgespannten Träger BM 1 und 2 sind in Bild 4 angegeben.



B i l d 4      Querschnitt mit Mittelquerträger

Die Versuchskörper wiesen an den Auflagern und in Feldmitte kräftige Querträger auf. Die Spannkabel wurden nicht im Steg selbst, sondern seitlich an den Innenflächen der Stege angeordnet und mit diesen durch bügelbewehrte Betonrippen schubfest verbunden. Zwei Spannglieder verliefen geradlinig entlang der unteren Kastenecken, zwei weitere wurden am Mittelquerträger mit 4,0 m Radius ausgerundet und schräg nach oben geführt. Die Spanndrähte wurden nach dem Spannen mit Einpreßmörtel injiziert. Die Bewehrung wurde in Form engmaschiger orthogonaler Netze aus Rippentorsteel verlegt. Sie bestand in den Stegen aus zweischnittigen Bügeln und horizontalen Längsstäben. Der Bewehrungsprozentsatz der Stege betrug bei dem ersten Körper  $\mu_{\text{Bü}} = 0,71 \%$ , der zweite Balken war mit  $\mu_{\text{Bü}} = 1,93 \%$  stärker bewehrt. In der unteren Platte wurden 2 Bewehrungslagen mit quadratischer Netzteilung gewählt, wobei diese Netze in der einen Balkenhälfte parallel zu den Trägerachsen,

in der anderen unter  $45^\circ$  zu ihnen verlegt wurden. Der Balken BM 2 hatte in der Bodenplatte eine stärkere Bewehrung mit  $\mu = 1,91 \%$ , während BM 1 nur  $\mu = 0,81 \%$  je Stabrichtung aufweist. Die obere Platte war bei beiden Balken gleichbewehrt.

Aus ihren Versuchen zogen die Verfasser folgende Schlußfolgerungen:

1. Bei voller Vorspannung unter Einhaltung der zulässigen Hauptzugspannungen  $\sigma_I$  bleiben die Träger bei Biege- und Torsionsversuchen völlig rissefrei, führten aber zu unnötig hohen Bruchsicherheiten. (vorh. min.  $\gamma_B \approx 2,5$ ).
2. Die mit  $\sigma_b \gamma = 25 \text{ kp/cm}^2$  beschränkte Vorspannung ergab beim Biegeversuch BM 1 B eine ausreichende Bruchsicherheit von vorh.  $\gamma_B = 1,82$  und beim Torsionsversuch BM 2 - sofern man von der derzeit sehr strengen Beschränkung von zul.  $\sigma_I = 20 \text{ kp/cm}^2$  absieht - eine solche von vorh.  $\gamma_B = 1,95$ . Die Risse waren fein verteilt und öffneten sich bis zum Bruch nicht über  $w = 0,25 \text{ mm}$ . Auch bei starker Torsionsbeanspruchung ist die beschränkte Vorspannung daher gerechtfertigt und die zulässigen Hauptzugspannungen könnten bis zul.  $\sigma_I = 30 \text{ kp/cm}^2$  oder allgemeiner bis zul.  $\sigma_I \approx \beta_w/10$  erhöht werden.
3. Vor der Rißbildung (Zustand I) stimmten die gemessenen Beanspruchungen gut mit den nach der Elastizitätstheorie berechneten überein.
4. Die Auswertung der Durchbiegungen und Verdrehungen hat ergeben, daß die Biegebeanspruchung der beiden Hohlkastenstege auch bei starker Torsionsbeanspruchung und auch nach der Rißbildung gleich sind.
5. Die Beanspruchung der Schubbewehrung infolge Biegung und Querkraft liegt ganz wesentlich unter den Werten, die sich nach den heute noch gültigen Vorschriften ergeben. Eine Verminderung der Schubdeckung ist daher möglich.
6. Demgegenüber führt eine vorwiegende Torsionsbeanspruchung zu einer Beanspruchung der Schubbewehrung, die nahezu den Werten nach der Fachwerkanalogie entspricht. Eine Verminderung der Schubbewehrung ist für Torsion also nicht angezeigt.



7. Die horizontale Stegbewehrung wird auch nach fortgeschrittener Schrägrißbildung nur wenig beansprucht.
8. Bei starker Torsionsbeanspruchung (BM 2) wird die untere Querbewehrung über die ganze Balkenlänge fast gleich stark und nahezu bis zum theoretischen Wert (Fachwerkanalogie) beansprucht. Eine Verminderung dieser Schubdeckung ist daher nicht angezeigt.
9. Die vorgenommenen Dehnungsmessungen in den durch schiefe Risse begrenzten Druckstreben haben i.a. sehr hohe Werte ergeben und erneut gezeigt, daß die schiefen Hauptdruckspannungen bei dünnen, auf Schub hochbeanspruchten Stegen ein wesentliches Bemessungskriterium darstellen. Beide Träger BM 1 I (geringe Torsion) und BM 2 (starke Torsion) versagten auf schiefen Druck bei etwa gleich großen Druckdehnungen.
10. Die zulässigen Hauptdruckspannungen dürfen für Querkraft und Torsion nicht wie in DIN 4227 höher angesetzt werden als bei Querkraft allein.
11. Die unterschiedliche Richtung der Bewehrung in der linken und der rechten Bodenplatte hat sich nicht wesentlich auf die Rißbildung jedoch beträchtlich auf die Rißbreite ausgewirkt.

2.14 Gausel [17] , 1968

In seiner Arbeit berichtet der Verfasser über die Versuchsanordnung und die Versuchsergebnisse von Torsions- und Schubversuchen an 16 Spannbett-Trägern. Sämtliche Versuchsbalken hatten den gleichen I - förmigen Querschnitt und enthielten auch die gleichen Spanndrähte (unten 6  $\emptyset$  7 mm, oben 2  $\emptyset$  7 mm, Spannstahl 150/170). Die eine Balkenhälfte war mit vertikalen, rechteckigen geschlossenen Bügeln versehen, während bei der anderen Hälfte diese Schubbewehrung fehlte. Der Bügelabstand wurde von 20 cm bis zu 5 cm variiert. Bei der Untersuchung wurden folgende Einflußgrößen verändert:

Balkenlänge, Laststellung, Belastungsreihenfolge. Die Balken wurden mit einer Einzellast in der Balkenmitte bzw. mit 2 symmetrischen Punktlasten bei gleichzeitiger Torsionsbeanspruchung bis zum Bruch geprüft. Der Bruch wurde entweder durch gleichzeitige Einwirkung von den Druck- und Schubspannungen im Druckflansch oder durch die Schrägrisse im Obergurt oder Steg beim Überschreiten der Betonzugfestigkeit ausgelöst. Die verwendete Bügelbewehrung hatte nur wenig Einfluß auf die Torsionstragfähigkeit des Balkens, aber schon eine kleine Bügelbewehrung verhinderte den plötzlichen und explosionsartigen Bruch. Gleichzeitig steigerte sich die Verdrehungskapazität bedeutend. Die Versuchsergebnisse zeigen, daß die Traglasten von der Belastungsreihenfolge der Torsions- und Biege-Schubbeanspruchung unabhängig waren.

Das Hauptziel dieser Arbeit lag darin, das ganze Traglastspektrum eines I-profiliierten Spannbetonbalkens klarzulegen. Zusätzlich zum reinen Biegebruch und Biege-Schubbruch ohne Torsionsbeanspruchung kann die Behandlung des Problems in folgende 3 Hauptgruppen eingeteilt werden:

1. Reine Torsion oder kombinierte Torsion mit Biegemoment, welches keine oder nur kleine Biegerisse verursacht.
2. Kombination von Torsion und Querkraftbiegung, welche keine oder nur kleine Biegerisse verursacht.
3. Kombinierte Torsion mit Querkraftbiegung oder mit reinem Biegemoment, wobei aus der Querkraftbiegung bzw. reiner Biegung große Risse entstehen können.

Um das Traglastspektrum numerisch behandeln zu können, mußte eine Schubbruchtheorie gewählt werden, die ein generelles Bruchkriterium für den Beton enthält. Die Wahl des Verfassers fiel auf die Schubbruchtheorie von Walther [18]. Der Verfasser hat die Walther'sche Bruchhypothese für Beton unter zweiachsigem Spannungszustand so umgebaut, daß die Torsionsbeanspruchung berücksichtigt werden konnte und die Theorie auch für andere Verhältnisse  $\beta_{bz}/\beta_p \neq 1/8$  gültig wurde. Die Torsionstragfähigkeit der Bügel  $T_{u,Bü}$  wurde nach einer Formel berechnet, die

von Hsu an anderer Stelle [19] für rechteckige Stahlbetonbalken angegeben wurde.

$$T_{u,Bü} = 2 \beta \frac{b_{Bü} d_{Bü} f_{Bü} \cdot \sigma_{S,Bü}}{a_{Bü}} \quad (16)$$

wobei

$$\beta = 0,33 + 0,16 (d_{Bü}/b_{Bü}) \leq 0,75 \quad \text{ist.}$$

Die anderen Größen sind schon in Abschn. 2.7 definiert worden.

Die Nachrechnung seiner eigenen Versuche zeigt, daß die gewählten Bruchhypothesen mit den erwähnten Versuchsergebnissen gut übereinstimmen.

## 2.15 Bishara [20], 1969

Das Ziel dieser Untersuchung war, das Verhalten, die Tragfähigkeit und die Bruchkriterien von mit Schubbewehrung versehenen Spannbetonbalken unter kombinierten Beanspruchungen der Torsion, Biegung und Schub zu studieren. Insgesamt wurden 24 Balken untersucht; 8 Körper hatten einen Rechteckquerschnitt (10 x 30 cm), die übrigen 16 Körper hatten T- und I-förmige Querschnitte. Die Schubbewehrung aller Versuchsbalken bestand aus 4 Längsstäben mit geschlossenen Bügeln im Abstand von 10 cm. Die Vorspannung wurde durch 3 gerade Spannglieder ohne Verbund hergestellt. Bei der einen Hälfte der Versuchskörper für jeden Querschnittstyp stimmte der Schwerpunkt der Spannglieder mit dem des Querschnitts überein; bei der anderen Hälfte wurden die Spannglieder so angeordnet, daß die obere Randspannung infolge Vorspannung und Eigengewicht in Balkenmitte ungefähr Null betrug.

Die zur Zeit der Versuchsdruckführung noch wirksame Vorspannung betrug im Schwerpunkt des Querschnitts von  $\sim 0,10$  bis zu  $0,20$  der Druckfestigkeit des Betons. Die Versuchskörper wurden unter kombinierter Beanspruchung geprüft, deren M/T-Verhältnis zwischen  $0,67$  und  $2,77$  variiert wurde.

Aus dieser Untersuchung gehen folgende Schlußfolgerungen hervor:

1. Die Versuchsbalken verhielten sich elastisch bis zu einer bestimmten Grenze, die so eben dem Erscheinen der Risse vorausging. Sie zeigten gewöhnlich beträchtliches Fließen bevor sie brachen.
2. Im elastischen Bereich kann die Torsionssteifigkeit  $G J_t$  der Versuchsbalken befriedigend berechnet werden, wobei der Torsionswiderstand  $I_t$  ( $\text{cm}^4$ ) nach den Ansätzen der St. Venant'schen Torsionstheorie zu bestimmen ist und der Schubmodul  $G = 0,42 E_{\text{sek}}$  ist.
3. Bei verhältnismäßig kleinen  $M/T$ -Werten wächst die Torsionstragfähigkeit mit der Zunahme dieses Verhältnisses. Nach Erreichen der maximalen Torsionstragfähigkeit hat jedes weitere Anwachsen des  $M/T$ -Verhältnisses ein Abnehmen der Torsionstragfähigkeit zur Folge. Versuchsergebnisse zeigen, daß Spannbetonkörper unter der Einwirkung von Moment und Schub bis zu 80 % ihrer Tragfähigkeit noch in der Lage sind, ein Torsionsmoment aufzunehmen, das fast gleich der reinen Torsionstragfähigkeit ist.
4. Weder die Rißlast noch die Bruchlast können zufriedenstellend durch die St. Venant'sche Torsionstheorie und das Hauptspannungskriterium vorausbestimmt werden.
5. Aufgrund der Plastizitätstheorie, unter Einführung eines Plastizitätsfaktors und durch Addition der einzelnen Torsionswiderstände des Betons und der Schubbewehrung entwickelte der Verfasser eine empirische Formel zur Berechnung der reinen Torsionskapazität eines Spannbetonkörpers.

2.16 Evans und Khalil [21], 1970

Die Untersuchung setzt sich aus 2 Teilen zusammen. In Teil 1 wurde über Versuche an vorgespannten Betonbalken ohne Bügelbewehrung berichtet. Zu diesem Zweck prüften die Verfasser 23 Balken (Serie U) mit rechteckigem Querschnitt ( $12,7 \times 20,3 \text{ cm}$ ). Neun Balken hatten gleichmäßige Vorspannung, während die übrigen 14 Balken exzentrisch vorgespannt waren. Für die Versuche wurde ein hochwertiger Beton ( $\beta_w = 560 \text{ kp/cm}^2$ ) vorgesehen. Die Vorspannung am erhärteten Beton ohne nachträglichen Verbund fand bei allen Versuchsbalken Verwendung.

Die über den Querschnitt gleichmäßig verteilte Vorspannung von  $\sigma_v = 70 \text{ kp/cm}^2$  wurde durch 4 Spannglieder hergestellt, die in den Querschnittsecken lagen. Bei den exzentrisch vorgespannten Balken (Serie E) wurde die Vorspannung ebenfalls durch 4 Spanndrähte erzeugt. Jedoch lagen 2 Drähte in den unteren Ecken und die anderen 2 Drähte wurden in Querschnittsmittellinie angeordnet. Dadurch erzeugten die Vorspannkräfte eine lineare Verteilung mit Nullspannung im oberen Querschnittsrand und maximaler Spannung von  $\sigma_{v,u} = 128 \text{ kp/cm}^2$  im unteren Rand.

Die Versuchsbalken wurden unter kombinierter Biege- und Torsionsbeanspruchung geprüft. Das Verhältnis des Biegemomentes zum Torsionsmoment wurde von reiner Biegung zu reiner Torsion variiert.

Im Teil 2 untersuchten die Verfasser den Einfluß der Bügelbewehrung auf die Tragfähigkeit exzentrisch vorgespannter Balken unter kombinierter Biege- und Torsionsbeanspruchung. Hierfür wurden 15 Versuchsbalken mit den gleichen Abmessungen und Vorspannung, wie bei der Serie "E", hergestellt. Alle Balken dieser Serie EW erhielten Schubbewehrung in Form geschlossener Bügel. Bei 9 Balken wurde ein Bügelabstand von 10 cm und bei den anderen 6 Balken 6,35 cm Abstand gewählt. Die Bügel ( $\emptyset = 6,35 \text{ mm}$ ) waren aus einem Stahl mit einer Streckgrenze von  $2800 \text{ kp/cm}^2$ .

Die Verfasser zogen aus den Versuchsergebnissen folgende Schlußfolgerungen:

1. Das Torsionsrißmoment kann durch die Theorie der elastischen Torsion und das Hauptspannungskriterium zutreffend bestimmt werden, vorausgesetzt, daß das Biegemoment größer ist als das Biegerißmoment unter reiner Biegung. Ist das Biegemoment kleiner als das Biegerißmoment, so darf das Torsionsrißmoment unter Vernachlässigung der Biegebeanspruchung ermittelt werden.
2. Das Torsionsbruchmoment ist gleich dem Bruchmoment bei Balken unter geringer Biegebeanspruchung.

3. Bei exzentrisch vorgespannten Balken unter reiner Torsion oder Torsion mit geringer Biegung wird der Bruch nicht durch die vorhandenen Spannungen im oberen Querschnittsrand hervorgerufen, sondern vielmehr durch die in der Mitte der längeren Querschnittsseite auftretenden Spannungen.
4. Während bei zentrischer Vorspannung die Addition eines Biegemomentes immer zur Herabsetzung der Torsionstragfähigkeit führt, kann sich bei exzentrischer Vorspannung die Biegebeanspruchung günstig auswirken, soweit der Balken kurz vor dem Bruch keine Risse zeigt.
5. Ein Trennbruch ist bei den meisten Balken festzustellen. Jedoch tritt ein Stauchungsbruch auf, wenn sich die Biegebeanspruchung der reinen Biegetragfähigkeit nähert. Ferner geben die Versuche an vorgespannten Balken mit Schubbewehrung folgende Aufschlüsse an:
6. Die Schubbewehrung erhöht die Torsionskapazität vorgespannter Balken gegenüber den unbewehrten. Es existiert aber ein Grenzbehebungsprozentsatz, über den hinaus die Torsionstragfähigkeit unwesentlich beeinflusst wird.
7. Mit wachsenden Biegemomenten nimmt der Einfluß der Schubbewehrung auf die Torsionskapazität allmählich ab.

Außer der experimentellen Untersuchung entwickelten die Verfasser verschiedene Ausdrücke zur Berechnung der Torsionsriß- und -bruchmomente vorgespannter Balken mit oder ohne Schubbewehrung. Der Berechnung der Torsionsbruchmomente wurden folgende Voraussetzungen zugrundegelegt:

- a) Nach Rißauftreten wird das Torsionsmoment von der Biegedruckzone aufgenommen.
- b) Die Torsionsbeanspruchung übt keinen wesentlichen Einfluß auf die Höhe der Druckzone infolge Biegung aus.
- c) Die Biegedruckzone ist aus den Gleichgewichtsgleichungen in Längsrichtung zu bestimmen.

- d) Die Druckspannungen über die Betondruckzone sind gleichmäßig verteilt anzunehmen und die Torsionsschubspannungen in dem gedrückten Betonanteil werden nach der Bruchtheorie von Cowan für Beton unter kombinierten Beanspruchungen ermittelt.
- e) Das Torsionsbruchmoment eines Spannbetonbalkens mit Schubbewehrung (Bügel und Längseisen) ist gleich der Torsionstragfähigkeit der gedrückten Betonzone infolge Biegung und der Torsionskapazität der Bügel, die durch den Bruchriß in dem nicht gedrückten Querschnittsanteil durchgeschnitten sind.
- f) Die von der Bruchfläche erfaßten Bügel erreichen die Fließgrenze.
- g) Die Längsstäbe üben keinen Einfluß auf die Torsionstragfähigkeit des Balkens aus.

2.17 Leonhardt [22], 1970

In einem, auf dem 6. FIP-Kongress in Prag gehaltenen Vortrag faßte Leonhardt in knapper Form die wichtigsten Einflußgrößen zusammen, die für das Trag- und Verformungsverhalten torsionsbeanspruchter Stahlbeton- und Spannbetonbalken von Bedeutung sind. Aus seiner Darstellung geht hervor, daß die Torsionssteifigkeit beim Übergang in den Zustand II 4 bis 8-mal stärker abnimmt als die Biegesteifigkeit. Als Folge des starken Abfalles der Steifigkeit nehmen die Torsionsmomente, wenn sie aus Zwang entstehen, nach Auftreten der Torsionsrisse stark ab und werden vernachlässigbar klein.

Aus der Tatsache, daß alle Rechteckquerschnitte und Hohlquerschnitte bei gleicher Bewehrung die gleichen Traglasten ergeben, wurde vom Verfasser gefolgert, daß man zur Bemessung für Torsionsmomente am besten dünnwandige Hohlkasten voraussetzt. Die wirksame Dicke  $t$  der "Betonscheiben" wurde mit  $b/6$  angesetzt. Dementsprechend darf die Torsionsbewehrung, die aus praktischen Gründen meist als orthogonales Bewehrungsnetz mit Stäben parallel und rechtwinklig

zur Balkenachse gewählt wird, mit Hilfe der Fachwerk-Hohlkastenanalogie für  $45^\circ$  - Druckstreben bemessen werden. Die Querstäbe (geschlossene Bügel) müssen für hohe Torsionsspannungen in engem Abstand gelegt werden ( $a \leq \frac{b}{2} \leq 10 \text{ cm}$ ). Nach diesen Bemessungsregeln bleibt jedoch der Einfluß der Längsvorspannung auf die Bemessung der Querbewehrung unberücksichtigt.

Aus Leonhardts Torsions- und Schubversuchen an vorgespannten Hohlkastenträgern [16] konnte gefolgert werden, daß man zur Bemessung der nötigen Querbewehrungen der Stege am besten nach Querkraft und Torsion trennt. Nach Leonhardt darf für Querkraft nach den bekannten Regeln mit Abzügen für  $Q_D$  bemessen werden, während für Torsion keine Abzüge zulässig sind. Die Querbewehrung der Gurtplatten muß entsprechend für die volle Torsions-Schubkraft bemessen werden.

Versuchsergebnisse zeigen auch, daß die Torsionsbeanspruchung bei hoher Bügelbewehrung durch die Druckbeanspruchung des Betons in den schiefen Druckstreben begrenzt werden kann. Durch die starke Verwölbung der dünnen Scheiben des wirksamen Hohlkastens werden die Druckstreben exzentrisch beansprucht und versagen daher früher als die Querkraft-Druckstreben in den eben bleibenden Stegen. Daher sind für Torsion niedrigere obere Grenzen der Schubspannungen anzusetzen als bei Querkraft. Leonhardt schlug folgende Werte vor:

$$\tau_{ou} \leq \frac{\beta c}{6} \quad \text{für } 90^\circ\text{-Richtung der Querbewehrung}$$
$$\tau_{ou} \leq \frac{\beta c}{4} \quad \text{für } 45^\circ\text{-Richtung der Querbewehrung.}$$



### 3. Gegenüberstellung der vorhandenen Versuchsergebnisse

#### 3.1 Spannbetonbalken unter reiner Torsionsbeanspruchung

Experimentelle Untersuchungen an vorgespannten Betonkörpern unter reiner Torsion sind von Nylander [1], Humphreys [6] und Zia [8] durchgeführt worden. Nylander und Humphreys untersuchten Rechteckquerschnitte ohne Schubbewehrung. Außer den traditionellen Untersuchungen an Rechteckbalken behandelte Zia auch Körper mit profilierten Querschnitten, nämlich T- und I-Profilen. Zahlreiche Versuchsbalken wurden mit Schubbewehrung versehen, die aus 4 Längsstäben und gut verankerten Bügeln bestand. Der Einfluß einer exzentrischen Vorspannkraft auf die Torsionstragfähigkeit wurde bei den Untersuchungen von Humphreys und Zia berücksichtigt. Übereinstimmend vertreten die o.g.Forscher folgende Gesichtspunkte:

- 1) Die Torsionstragfähigkeit von Spannbetonkörpern kann über die Tragfähigkeit nichtvorgespannter Bauelemente auf ca. 2,5 : 1 gesteigert werden, wenn die Vorspannung sinnvoll aufgebracht wird, d.h.

$\sigma_v \leq 50$  bis 60 % der Prismendruckfestigkeit des Betons.

- 2) Bei unbewehrten Spannbetonkörpern unter reiner Torsion tritt der Bruch sofort nach der Bildung des ersten Risses auf. Der Bruch ist schlagartig und zerstörend. Dies gilt in erster Linie für Rechteck- und T - Querschnitte.
- 3) Gleichmäßig verteilte Vorspannung ergibt im Falle reiner Torsion die größte Tragfähigkeit.  
Außerdem gibt der Versuchsbericht von Zia zwei weitere Feststellungen an:
- 4) Torsionsbruch- und rißmoment von Spannbetonelementen mit I-Querschnitten können wesentlich verschieden sein. Der große Traglastunterschied kann auf die Tatsache zurückgeführt werden, daß sich nach der Rißbildung die nicht wölbfreien I-Querschnitte anders verhalten als im ungerissenen Zustand. Das Torsionsmoment wird dann hauptsächlich durch die Querbiegung der Flanschen aufgenommen.

- 5) Der schlagartige Bruch torsionsbeanspruchter Betonkörper ohne Schubbewehrung kann vermieden werden, wenn ein Bewehrungsnetz angeordnet wird, dessen Bügelabstände nicht größer als 0,4fach der Balkenhöhe sind.

### 3.2 Spannbetonbalken unter Torsions- und Biegebeanspruchung

Versuchsergebnisse von Spannbetonbalken unter der kombinierten Beanspruchung von Torsion und Biegung sind von Cowan, Armstrong [4], Gardner [7], Swamy [9], Reeves [10], Okada [13] und neulich von Evans/Khalil [21] mitgeteilt worden. Cowan und Armstrong haben Versuche an Rechteckbalken ohne Schubbewehrung (Bügel) durchgeführt. Der Einfluß der Bügelbewehrung auf die Tragfähigkeit von Rechteckbalken unter Torsions- und Biegebeanspruchung wurde von den Forschern Okada, Evans und Khalil untersucht. Versuchsbalken mit profilierten Querschnitten (I und T) wurden von Gardner und Reeves behandelt. Die einzige Untersuchung an Hohlkastenquerschnitten ohne Bügelbewehrung wurde von Swamy durchgeführt.

Aus den vorhandenen Versuchsergebnissen von Spannbetonbalken unter Torsions- und Biegebeanspruchung können folgende Schlußfolgerungen gezogen werden:

1. Bei vorgespannten Balken unter der kombinierten Beanspruchung der Biegung und Torsion ändert sich die Bruchart allmählich vom schlagartigen Bruch bei reiner Torsion bis zum üblichen Stauchungsbruch bei reiner Biegung. Bei großen  $M/T$  - Verhältnissen gibt es immer nach der Bildung des ersten Risses eine beachtliche Tragreserve.
2. Während bei Rechteckbalken mit zentrischer Vorspannung die Addition eines Biegemomentes immer zur Herabsetzung der Torsionstragfähigkeit führt, kann sich bei exzentrischer Vorspannung die Biegebeanspruchung günstig auswirken, soweit der Balken kurz vor dem Bruch keine Risse zeigt.

3. Ein Trennbruch ist bei überwiegender Torsionsbeanspruchung zu beobachten. Jedoch tritt ein Stauchungsbruch auf, wenn sich die Biegebeanspruchung der reinen Biegetragfähigkeit nähert.
  4. Spannbetonbalken mit Hohlkastenquerschnitten unter überwiegender Torsionsbeanspruchung zeigen praktisch die gleiche Tragfähigkeit wie die Balken mit vollem Querschnitt.
  5. Spannbetonbalken mit I - förmigem Querschnitt zeigen trotz der stark unterschiedlichen Biegebeanspruchung (von 10 % bis zu 80 % der reinen Biegetragfähigkeit) praktisch das gleiche Torsionsbruchmoment.
  6. Die Schubbewehrung in Form von geschlossenen Bügeln erhöht die Torsionskapazität vorgespannter Balken gegenüber den unbewehrten.
  7. Nach Evans und Khalil [21] sollte ein Grenzbewehrungsprozentsatz existieren, über den hinaus die Torsionstragfähigkeit des Spannbetonbalkens unwesentlich beeinflusst wird. Mit wachsenden Biegemomenten nimmt der Einfluß der Schubbewehrung auf die Torsionskapazität allmählich ab.
  8. Bei überwiegender Torsionsbeanspruchung darf der Bügelabstand in Rechteckbalken höchstens die Hälfte der Balkenhöhe betragen [13].
- .3 Spannbetonbalken unter der kombinierten Beanspruchung der Torsion, Biegung und Querkraft.-----

Der praktische und am meisten interessierende Lastfall Torsion-Querkraft ist leider bis heute nur von wenigen Forschern behandelt worden. Es liegen lediglich drei Veröffentlichungen vor, bei denen die Versuchsbalken der kombinierten Beanspruchung von Torsion, Biegung und Querkraft ausgesetzt worden sind. Die erste Untersuchung dieser Art wurde von L e o n h a r d t u. W a l t h e r [16] durchgeführt. Es handelte sich dabei um 2 Großversuche an Hohlkastenträgern, die einen rechteckigen Hohlquerschnitt ( $b/d = 90/65$  cm) erhielten. Die

Versuchskörper wiesen an den Auflagern und in Feldmitte kräftige Querträger auf. Die Spannglieder wurden seitlich an den Innenflächen der Stege angeordnet und mit diesen durch bügelbewehrte Betonrippen schubfest verbunden. Zwei Spannkabel verliefen geradlinig entlang der unteren Kastenecken, 2 weitere wurden am Mittelquerträger schräg nach oben geführt. Die Bewehrung in den Stegen bestand aus zweischnittigen Bügeln und horizontalen Längsstäben (bei dem ersten Balken  $\mu_{\text{Bü}} = 0,71$ , und bei dem zweiten  $\mu_{\text{Bü}} = 0,93 \%$ ). Zweilagige Bewehrung mit quadratischer Netzteilung wurde sowohl in der unteren als auch in der oberen Platte angeordnet. Die kombinierte Beanspruchung der Versuchsbalken erfolgte durch die exzentrische Belastung des Mittelquerträgers.

In der Untersuchung von G a u s e l [17] wurden Spannbetonbalken mit I-förmigem Querschnitt geprüft. Die Balken wurden im Spannbett hergestellt und erhielten teilweise geschlossene Bügel mit verschiedenen Abständen.

B i s h a r a [20] untersuchte ebenfalls Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung. Die Versuchsbalken hatten verschiedene Querschnittsformen, nämlich Rechteck-, T- und I-Querschnitt. Sämtliche Balken wurden mit Schubbewehrung (4 Längsstäbe und geschlossene Bügel) versehen. Die Vorspannung wurde durch 3 gerade Spannglieder ohne Verbund hergestellt.

Aus den o.g. Versuchsberichten können einige Schlußfolgerungen gezogen werden, die nachstehend angegeben sind:

1. Spannbetonbalken verhalten sich elastisch bis zu einer bestimmten Grenze, die dem Erscheinen der Risse unmittelbar vorausgeht.
2. Bei verhältnismäßig kleinen  $M/T$ -Werten wächst die Torsionstragfähigkeit mit der Zunahme dieses Verhältnisses. Nach Erreichen des maximalen Torsionsmomentes hat jedes weitere Anwachsen des  $M/T$ -Verhältnisses ein Abnehmen der Torsionstragfähigkeit zur Folge.
3. Die Traglast eines Spannbetonbalkens ist von der Belastungsreihenfolge der Torsions- und Biege-Schub-Beanspruchung unabhängig.

4. Hohlkastenträger können bei ausreichender Schubbewehrung auf schiefen Druck versagen. Deshalb dürfen die zulässigen Hauptdruckspannungen für Querkraft und Torsion nicht höher angesetzt werden als bei Querkraft allein.
5. Die Querbewehrung in der unteren Platte des Hohlkastenquerschnittes wird bei starker Torsionsbeanspruchung nahezu bis zum theoretischen Wert (Fachwerkanalogie) beansprucht.

#### 4. Zusammenfassung

Die vorstehenden Ausführungen haben gezeigt, daß die Torsionstragfähigkeit vorgespannter Betonbalken mit oder ohne Schubbewehrung von sehr vielen Faktoren abhängt. Es wurde der derzeitige Stand der Forschung aufgezeigt. Daraus ist ersichtlich, daß viele Ergebnisse nur auf sehr wenigen Versuchen aufgebaut sind und daß viele Probleme noch völlig ungeklärt sind. Es wird wohl kaum möglich sein, in absehbarer Zeit auf Grund der vorhandenen Versuchsergebnisse ein allgemein gültiges Berechnungsverfahren zu entwickeln. Weitere Torsionsversuche an Spannbetonbalken sind deshalb erforderlich, um einen tieferen Einblick in das Tragverhalten zu erlangen. Noch weniger erforscht ist das Verformungsverhalten bei Torsion.

Nachfolgend sollen kurz die wichtigsten Zielsetzungen neuer Torsionsversuche aufgezählt werden:

##### 1. Vorspannung

- 1.1 Art : mit oder ohne Verbund
- 1.2 Lage : zentrisch oder exzentrisch
- 1.3 Größe:  $\sigma_v / \beta_c = 0 \rightarrow 0,7$

##### 2. Querschnitt

- 2.1 absolute Abmessungen
- 2.2 Form : massiv, hohl, aufgelöst, Verwölbungseigenschaften

##### 3. Beanspruchung

- 3.1 Art :  $T/M = 0 \rightarrow \infty$   
 $M/Q_n = 0 \rightarrow 10$
- 3.2 Verlauf : konstant oder veränderlich

##### 4. Schubbewehrung

- 4.1 Menge (obere u. untere Grenze  $\mu_L + \mu_{Bü} = 0 \rightarrow \infty$ )
- 4.2 Aufteilung ( $\mu_L / \mu_{Bü} = 0 \rightarrow \infty$ )
- 4.3 konstruktive Fragen (Abstand, Verankerung)

L i t e r a t u r v e r z e i c h n i s

- [1] Nylander, Av H.: "Vridnig och vridningsinspänning vid betongkonstruktioner", Stockholm, Statens Kommitte för Byggnadsforskning Meddelanden Nr. 3, 1945
- [2] Schaden, K: "Die Riß- und Bruchlast des auf reine Verdrehung beanspruchten Stahl- und Spannbetons". Nachrichten des Österr. Betonvereins, Beilage zur Österr. Bauzeitschrift, Bd. 8, Heft 6 und 7, 1953
- [3] Cowan, H.J.: "The strength of plain, reinforced and prestressed concrete under the action of combined stresses". Magazine of Concrete Research, Vol. 5, No. 14, Dec. 1953
- [4] Cowan, H.J. and Armstrong, S.: "Experiments on the strength of reinforced and prestressed concrete beams and of concrete-encased steel joists in combined bending and torsion", Magazine of Concrete Research, Vol. 7, No. 19 March 1955.
- [5] Cowan, H.J. and Armstrong, S.: "The torsional strength of Prestressed Concrete", Proceedings, World Conference on Prestressed Concrete, University of California, August 1958
- [6] Humphreys, R.: "Torsional properties of prestressed Concrete", The Structural Engineer (London), Vol. 35, No. 6 June 1957.
- [7] Gardner, R.P.M.: "The Behavior of Prestressed Concrete T-Baems under Combined Bending and Torsion" Report TRA 329, Cement and Concrete Association, London, Feb. 1966.
- [8] Zia, P.: "Torsional Strength of Prestressed Concrete" ACI Journal, Proceedings, V. 57, No. 9, April 1961.
- [9] Swamy, N.: "The Behavior and Ultimate Strength of Prestressed Concrete Hollow Beams under Combined Bending and Torsion" Magazine of Concrete Research (London) V. 14, No. 40, March 1962
- [10] Reeves, J.S.: "Prestressed Concrete Tee Beams under Combined Bending and Torsion" Report TRA 364, Cement and Concrete Association, London, Dec. 1962.
- [11] Bresler, B. and Pister, K.S.: "Strength of Concrete under Combined Stresses". ACI Journal, Proceedings V. 55, No. 3, Sept. 1958.
- [12] Ramakanth, T.A.: "Reine Torsion bei vorgespanntem Beton" Dissertation, Dresden 1966

- [13] Okada, K., Nishibayashi, Sh. and Abe, T.: "Experimental Studies on the Strength of Rectangular Reinforced and Prestressed Concrete Beams under Combined Flexure and Torsion". Transactions of Japanese Society of Civil Engineers No. 131, July 1966.
- [14] Hsu, T.C.: "Torsion of Structural Concrete - Uniformly Prestressed Rectangular Members without Web Reinforcement". Journal of PCI, Vol. 13., No. 2, April 1968.
- [15] Hsu, T.C.: "Torsion of Structural Concrete - Plain Concrete Rectangular Sections", Torsion of Structural Concrete, SP 18, American Concrete Institute, 1968.
- [16] Leonhardt, F., Walther, R. und Vogler, O.: "Torsions- und Schubversuche an vorgespannten Hohlkastenträgern", Heft 202, des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, 1968.
- [17] Gausel, E.: "Spannbetonbalken mit I-förmigem Querschnitt bei gleichzeitiger Einwirkung von Torsion, Querkraft und Moment". Institutt for Betong, Norges Tekniske Høgskole - Trondheim, April 1968.
- [18] Walther, R.: "Über die Berechnung der Schubtragfähigkeit von Stahl- und Spannbetonbalken - Schubbruchtheorie - Beton und Stahlbeton, Heft 11, 1962
- [19] Hsu, T.C.: "Ultimate Torque of Reinforced Rectangular Beams" Journal of the Structural Division, Proceedings of the ASCE, St 2, Febr. 1968.
- [20] Bishara, A.: "Prestressed Concrete Beams under Combined Torsion, Bending and Shear" ACI Journal, Proceedings Vol. 66, July 1969.
- [21] Evans, R.H. and Khalil M.G.A.: "The behaviour and strength of prestressed concrete and rectangular beams subjected to combined bending and torsion". The Structural Engineer, Vol. 48, No. 2, Febr. 1970.
- [22] Leonhardt, F.: "Schub und Torsion im Spannbeton" Vortrag auf dem 6. FIP-Kongress, Prag 1970.